

1. Adja meg

$$(1 - i)^i$$

főértékét algebrai alakban!

2. Mely pontokban differenciálható, illetve reguláris az alábbi függvény?

$$f(z) = (1 - |z|)^2$$

3. Igazolja, hogy az alábbi $v(x, y)$ függvény az értelmezési tartományán harmonikus. Határozza meg azt az $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ értelmezési tartományán reguláris komplex függvényt, amelynek a megadott v függvény a képzetes része, és $f(1 + i) = 9i$, valamint adjuk meg az f függvény deriváltját is:

$$v(x, y) = 6x^2y - 2y^3 + 6xy - y.$$

4. Számítsa ki az $f(z) = z|z|^2$ függvény integrálját a $z = -i$ pontból a $z = i$ pontba vezető pozitívan irányított félkörív, és a $z = i$ pontból a $z = -i$ pontba vezető egyenes szakaszból álló zárt görbe mentén!
5. Számítsa ki az alábbi függvény integrálját a $|z - \frac{i}{2}| = 1$ pozitívan irányított görbe mentén!

$$f(z) = \frac{e^{\pi z}}{z^4 + z^2}$$

6. Oldja meg a következő differenciálegyenletet: $x^2y' + y - 2 = 0$.