1. Hány szimmetriája, azaz az alakzatot önmagába vivő egybevágósági transzformációja van a következő síkbeli, illetve térbeli alakzatoknak? Írjuk le ezeket a transzformációkat!
a) négyzet
b) téglalap, ami nem négyzet
c) körlap
d) a sík két párhuzamos egyenes közötti része
e) kocka
f) szabályos tetraéder

2. Bizonyítsuk be, hogy ha $\mathbb{R}^2$-ben vagy $\mathbb{R}^3$-ben egy alakzatnak van irányításváltó szimmetriája, akkor az irányításváltó és irányítástartó szimmetriáinak a száma megegyezik.

3. Bizonyítsuk be, hogy ha $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n\}$ tetszőleges bázisa az $\mathbb{R}^n$ euklideszi térnek, akkor egy $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ lineáris transzformáció akkor és csak akkor ortogonális, ha $f(\mathbf{v}_i) \cdot f(\mathbf{v}_j) = \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_j$ minden i, j-re.

4. Bizonyítsuk be, hogy $\mathbb{R}^2$ minden ortogonális transzformációja vagy origó körüli forgatás, vagy origón átmenő egyenesre való tükrözés. Mi a helyzet $\mathbb{R}^3$ ortogonális transzformációival?

5. Bizonyítsuk be, hogy egy H legalább kételemű halmaz részhalmazainak a halmaza, P(H) nem alkot csoportot sem a metszet, sem az unió műveletére nézve, de csoportot alkot a szimmetrikus differenciára nézve ($A \triangle B := (A \cup B) \setminus (A \cap B)$)!

6. Bizonyítsuk be, hogy ha egy kétváltozós $\cdot$ művelet asszociatív, akkor az $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$ szorzat értéke bármely zárójelezés mellett ugyanaz.

7. Csoportot alkotnak-e az összeadásra vagy a szorzásra nézve
a) az 1 determinánsú $n \times n$-es valós mátrixok;
b) a pozitív determinánsú $n \times n$-es valós mátrixok;
c) a $\mathbb{Z}$ fölötti $n \times n$-es mátrixok;
d) a $\mathbb{Z}$ fölötti nem 0 determinánsú $n \times n$-es mátrixok;
e) a $\mathbb{Z}$ fölötti 1 determinánsú $n \times n$-es mátrixok;
f) az $n \times n$-es valós felső háromszögmátrixok?

8. Bizonyítsuk be, hogy a K testből önmagába menő függvényeknek az $\{x \mapsto ax + b \mid a, b \in K,\ a \neq 0\}$ részhalmaza csoportot alkot a kompozícióra nézve! Keressünk benne az egyeleműtől és a teljes csoporttól különböző részcsoportokat!

9. Bizonyítsuk be, hogy egy egységelemes félcsoportban
a) ha a és b invertálható, akkor ab és ba is invertálható;
b) ha ab és ba invertálható, akkor a és b is invertálható.
Adjunk példát arra, hogy ab invertálhatóságából nem feltétlenül következik a vagy b invertálhatósága.

10. a) Lássuk be, hogy egy csoport tetszőleges számú részcsoportjának metszete részcsoport.
b) Mutassuk meg, hogy egy csoport két részcsoportjának uniója csak akkor részcsoport, ha az egyik részcsoport tartalmazza a másikat.