1. Bizonyítsuk be, hogy ha egy csoportban $x^2 = 1$ minden x elemre, akkor a csoport kommutatív!

2. Hányadrendű elemek vannak
a) az $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ csoportban;
b) az $\mathbb{R}$ additív csoportjában;
c) a $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$ csoportban;
d) a $GL(2, \mathbb{R})$-ben;
e*) a $GL(2, \mathbb{Q})$-ban?

3. Bizonyítsuk be, hogy egy páros elemszámú véges csoportban mindig van másodrendű elem!

4. Legyen g egy csoportelem, g rendje $o(g) = n$, és $k \in \mathbb{Z}$. Lássuk be, hogy
a) $o(g^k) = \dfrac{n}{(n,k)}$;
b) $\langle g^k \rangle = \langle g \rangle \iff (n,k) = 1$.
Fogalmazzuk meg és bizonyítsuk be a megfelelő állításokat végtelen rendre!

5. Legyen $\emptyset \neq H \subseteq G$. Bizonyítsuk be, hogy H akkor és csak akkor részcsoportja G-nek, ha $HH = H$, és $H^{-1} = H$.

6. Legyenek A és B a G csoport részcsoportjai. Lássuk be, hogy az $AB = \{ ab \mid a \in A,\ b \in B \}$ komplexusszorzat akkor és csak akkor részcsoport, ha $AB = BA$.

7. Legyen A és B a G véges csoport két részcsoportja. Bizonyítsuk be, hogy $|AB| = \dfrac{|A| \cdot |B|}{|A \cap B|}$.

8. Határozzuk meg az $(1345)(236)(41)$ permutáció rendjét!

9. Hány ciklikus részcsoportja van az S_4 szimmetrikus csoportnak?

10. Bizonyítsuk be, hogy egy végtelen csoportnak mindig végtelen sok részcsoportja van.

11. Ha a K testnek q eleme van, hány eleme van a K fölötti $n \times n$-es invertálható mátrixok csoportjának, $GL(n, K)$-nak, illetve a K fölötti $n \times n$-es 1 determinánsú mátrixok csoportjának, $SL(n, K)$-nak?

12*. Keressünk $GL(3, 2)$-ben másodrendű, harmadrendű és hetedrendű elemet! Bizonyítsuk be, hogy nics ebben a csoportban hatodrendű elem!

Hf1. Csoportot alkotnak-e a $(-1, 1)$ nyílt intervallum elemei az $a * b = \dfrac{a+b}{1+ab}$ műveletre mint szorzásra nézve?

Hf2. Hány 6-odrendű eleme van S_7-nek?

Hf3. Bizonyítsuk be, hogy $o(ab) = o(ba)$ egy G csoport tetszőleges a, b elemeire.