1. Legyen $H \leq S_n$, $|H| > 2$, és tegyük fel, hogy H-ban van páratlan permutáció. Bizonyítsuk be, hogy H nem lehet egyszerű.

2. Legyen a G csoport rendje 2-nél nagyobb, páros, de 4-gyel nem osztható. Bizonyítsuk be, hogy G nem egyszerű.

3. Bizonyítsuk be az alábbi állításokat a centrumról:
a) $Z(G \times H) = Z(G) \times Z(H)$;
b) $Z(G)$ minden részcsoportja normálosztó G-ben;
c) $N \lhd G \Rightarrow Z(N) \lhd G$.

4. Lássuk be, hogy $Z(S_n) = 1$, ha $n \geq 3$, és $Z(A_n) = 1$, ha $n \geq 4$.

5. Bizonyítsuk be, hogy $N \lhd G$, $|N| = 2$ esetén $N \leq Z(G)$.

6. Legyen G egy általános négyzetes hasáb szimmetriáinak csoportja. Határozzuk meg G orbitjait, ha a csoportot a csúcsokon, az éleken vagy a lapokon hattatjuk. Adjuk meg az orbitok egy-egy elemének stabilizátorát.

7. Legyen $H < G$, $|G : H| \leq n$, és $|G| > n!$. Bizonyítsuk be, hogy ekkor G nem lehet egyszerű.

8. Bizonyítsuk be, hogy ha $P \in Syl_p(G)$, és $N \lhd G$, akkor $N \cap P \in Syl_p(N)$.

9. Melyik az a legkisebb S_n, amelyik tartalmaz a kvaterniócsoporttal izomorf részcsoportot?

10. Hány 5-Sylow-részcsoportja lehet egy 80-adrendű csoportnak?

11. A Sylow-részcsoportok vizsgálatával bizonyítsuk be, hogy minden 15-ödrendű csoport ciklikus.

12. Bizonyítsuk be, hogy egy 100-adrendű csoport nem lehet egyszerű.

13. Lássuk be, hogy p, q különböző prímekre minden pq rendű csoport két ciklikus csoport szemidirekt szorzata.

Hf1. Bizonyítsuk be, hogy S_5-ben nem lehet egy harmadrendű és egy ötödrendű elem szorzata negyedrendű, de S_6-ban lehet.

Hf2. Legyen p prím, és $|G| = p^n$, továbbá $1 \neq N \lhd G$. Bizonyítsuk be, hogy $N \cap Z(G) \neq 1$.

Hf3. Adjuk meg a $\mathbb{Z}_2$ fölötti 3×3-as invertálható mátrixok csoportjának, $GL(3, 2)$-nek egy 2-Sylow-részcsoportját.