1. Bizonyítsuk be, hogy a G csoport feloldható, ha G rendje
a) p^2q^2, ahol p és q különböző prímek;
b) pqr, ahol p, q, r különböző prímek;
c*) p^3q, ahol p és q különböző prímek.

2. Adjuk meg egy kompozícióláncát a D_n diédercsoportnak és a $GL(3,2)$ csoportnak.

3. Bizonyítsuk be a következő izomorfiákat a relációkkal megadott csoportokra.
a) $\langle x, y, z \,|\, x^2 = y^2 = z^3 = 1,\ xy = yx,\ z^{-1}xz = y \rangle \cong A_4$;
b) $\langle x, y \,|\, x^2 = y^2 = 1,\ xyxy = yxyx \rangle \cong D_4$;
c) $\langle x, y \,|\, x^2 = y^2 = 1 \rangle$ minden véges nem kommutatív homomorf képe izomorf valamelyik diéder csoporttal.

4. Adjuk meg S_4-et definiáló relációkkal úgy, hogy a generátorelemek transzpozícióknak feleljenek meg! Adjuk meg A_5-öt hasonlóképpen 3-ciklusokkal generálva!

5*. Bizonyítsuk be, hogy $\langle x, y, z \,|\, y^{-1}xy = x^2,\ z^{-1}yz = y^2,\ x^{-1}zx = z^2 \rangle = 1$.

6. Adjuk meg definiáló relációkkal a következő csoportokat:
a) $C_2 \times C_2 \times C_4$ b) $C_3 \times C_8$ c) Q

7. Bizonyítsuk be, hogy ha egy gyűrűben $x^2 = x$ minden x elemre, akkor a gyűrű kommutatív.

8. Bizonyítsuk be, hogy ha R egységelemes gyűrű, és $a \in R$ nilpotens (azaz van olyan $n > 0$ egész szám, amellyel $a^n = 0$), akkor $1 + a$ invertálható!

9. Bizonyítsuk be, hogy ha $1 \in R$, $a, b \in R$, és $1+ab$-nek van inverze, akkor $1+ba$-nak is van!

10. Bizonyítsuk be, hogy egy egységelemes gyűrű invertálható elemei csoportot alkotnak a szorzásra nézve. Igaz-e, hogy ezek a 0-val együtt testet is alkotnak a gyűrű műveleteivel?

11. Bizonyítsuk be, hogy egy egységelemes nullosztómentes gyűrűben minden jobbinverz balinverz is!

12. Mit mondhatunk az olyan R gyűrűről, amelyben minden $a \in R$ elemre a $\{0, a\}$ halmaz ideálja R-nek?

Hf1. Bizonyítsuk be, hogy G feloldható, ha $|G| = 8p$, és p páratlan prím.

Hf2. Bizonyítsuk be, hogy $\langle x, y \,|\, y^{-1}xy = x^2,\ x^{-1}yx = y^2 \rangle = 1$

Hf3. Tegyük fel, hogy a G csoport egy N normálosztójára $N \cap G' = 1$. Bizonyítsuk be, hogy ekkor $N \leq Z(G)$.