Algebra 1. **2. zh** *2008. május 9.*

1. Legyen I egy R gyűrű ideálja. Bizonyítsuk be, hogy ha az R/I^2 faktorgyűrű nullosztómentes, akkor $I = I^2$.

2. Bontsuk fel az $5 + 2\sqrt{-2}$ elemet irreducibilisek szorzatára $\mathbb{Z}[\sqrt{-2}]$-ben.

3. Hány olyan nem izomorf $2^5 \cdot 3^2$ rendű Abel-csoport van, amelyben van 12-edrendű, de nincs 8-adrendű elem?

4. Főideál-e $\mathbb{Z}[x]$-ben az $(x+2, x+3)$, illetve az $(x+2, 2x+2)$ ideál?

5. Legyen $G = \langle x, y, z \mid z^{-1}xz = y,\ z^2 = 1,\ x^3 = 1,\ xy = yx \rangle$. Bizonyítsuk be, hogy $\langle x, y\rangle \lhd G$, és $|G| \leq 18$.

6. Legyen G egy 56 elemű csoport.
a) Bizonyítsuk be, hogy G valamelyik Sylow-részcsoportja normálosztó.
b) Lássuk be, hogy G kommutátor-részcsoportja legföljebb 14 elemű.

Algebra 1. **2. zh** *2008. május 9.*

1. Legyen I egy R gyűrű ideálja. Bizonyítsuk be, hogy ha az R/I^2 faktorgyűrű nullosztómentes, akkor $I = I^2$.

2. Bontsuk fel az $5 + 2\sqrt{-2}$ elemet irreducibilisek szorzatára $\mathbb{Z}[\sqrt{-2}]$-ben.

3. Hány olyan nem izomorf $2^5 \cdot 3^2$ rendű Abel-csoport van, amelyben van 12-edrendű, de nincs 8-adrendű elem?

4. Főideál-e $\mathbb{Z}[x]$-ben az $(x+2, x+3)$, illetve az $(x+2, 2x+2)$ ideál?

5. Legyen $G = \langle x, y, z \mid z^{-1}xz = y,\ z^2 = 1,\ x^3 = 1,\ xy = yx \rangle$. Bizonyítsuk be, hogy $\langle x, y\rangle \lhd G$, és $|G| \leq 18$.

6. Legyen G egy 56 elemű csoport.
a) Bizonyítsuk be, hogy G valamelyik Sylow-részcsoportja normálosztó.
b) Lássuk be, hogy G kommutátor-részcsoportja legföljebb 14 elemű.

Algebra 1. **2. zh** *2008. május 9.*

1. Legyen I egy R gyűrű ideálja. Bizonyítsuk be, hogy ha az R/I^2 faktorgyűrű nullosztómentes, akkor $I = I^2$.

2. Bontsuk fel az $5 + 2\sqrt{-2}$ elemet irreducibilisek szorzatára $\mathbb{Z}[\sqrt{-2}]$-ben.

3. Hány olyan nem izomorf $2^5 \cdot 3^2$ rendű Abel-csoport van, amelyben van 12-edrendű, de nincs 8-adrendű elem?

4. Főideál-e $\mathbb{Z}[x]$-ben az $(x+2, x+3)$, illetve az $(x+2, 2x+2)$ ideál?

5. Legyen $G = \langle x, y, z \mid z^{-1}xz = y,\ z^2 = 1,\ x^3 = 1,\ xy = yx \rangle$. Bizonyítsuk be, hogy $\langle x, y\rangle \lhd G$, és $|G| \leq 18$.

6. Legyen G egy 56 elemű csoport.
a) Bizonyítsuk be, hogy G valamelyik Sylow-részcsoportja normálosztó.
b) Lássuk be, hogy G kommutátor-részcsoportja legföljebb 14 elemű.