1. Milyen elemek cserélhetők fel S_5-ben az $(12)(34)$, az (123), illetve az (12345) elemmel?

2. Hány olyan elem van S_6-ban, amely az (1234) elemet a (6543) elembe konjugálja?

3. Határozzuk meg S_6 és A_6 konjugáltosztályait és azok elemszámát!

4. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges olyan páratlan k számra, melyre $3 \le k \le n$, az A_n csoportot generálja az összes k-ciklus.

5. Legyen $M, N \lhd G$, és $(|M|, |N|) = 1$. Bizonyítsuk be, hogy ekkor $MN = M \times N$.

6. Mutassuk meg, hogy $g = (a, b) \in A \times B$ esetén $o(g) = [o(a), o(b)]$, feltéve, hogy a és b véges rendűek.

7. Milyen rendű elemből hány van a következő csoportokban?

a) $C_6 \times C_8$ b) $D_6 \times C_3$ c) $C_2 \times C_2 \times C_8$

8. Tegyük fel, hogy G Abel-csoport.

a) Lássuk be, hogy ha $G = A \times B$, akkor a $\varphi((a, b)) = a$ és a $\psi((a, b)) = b$ egyenlőséggel definiált leképezések G-nek idempotens endomorfizmusai.

b) Bizonyítsuk be, hogy ha $\alpha : G \to G$ egy idempotens endomorfizmus, akkor $G = \operatorname{Ker}\alpha \times \operatorname{Im}\alpha$.

Mit mondhatunk akkor, ha a csoport nem kommutatív?

9. Izomorfia erejéig hány Abel-csoport van, amelynek rendje

a) 32;

b) 360?

10. Hány 12-edrendű részcsoportja van a $C_4 \times C_2 \times C_9$ Abel-csoportnak? Ebből hány nem ciklikus?

Hf1. Hány hatodrendű eleme van A_7-nek?

Hf2. Hány ciklikus részcsoportja van S_5-nek?

Hf3. Legyen G egy páros, de néggyel nem osztható rendű csoport. Tekintsük a G elemeinek hatását a G-n a jobbszorzással, azaz $\pi_g : x \mapsto xg$ minden $x \in G$-re. Bizonyítsuk be, hogy van G-nek olyan g eleme, amelyre a π_g permutáció páratlan.