1. Bizonyítsuk be, hogy ha egy gyűrűben $x^2 = x$ minden x elemre, akkor a gyűrű kommutatív.

2. Bizonyítsuk be, hogy ha R egységelemes gyűrű, és $a \in R$ nilpotens (azaz van olyan $n > 0$ egész szám, amellyel $a^n = 0$), akkor $1 + a$ invertálható!

3. Bizonyítsuk be, hogy ha $1 \in R$, $a, b \in R$, és $1 + ab$-nek van inverze, akkor $1 + ba$-nak is van!

4. Bizonyítsuk be, hogy egy egységelemes gyűrű invertálható elemei csoportot alkotnak a szorzásra nézve. Igaz-e, hogy ezek testet is alkotnak a gyűrű műveleteivel?

5. Bizonyítsuk be, hogy egy egységelemes nullosztómentes gyűrűben minden jobbinverz balinverz is!

6. Mit mondhatunk az olyan R gyűrűről, amelyben minden $a \in R$ elemre a $\{0, a\}$ halmaz ideálja R-nek?

7*. Bizonyítsuk be, hogy egy R véges kommutatív gyűrű akkor és csak akkor egységelemes, ha nincs olyan nem nulla eleme, amely R minden elemét annullálná, azaz bármely elemmel megszorozva 0-t adna.

8. Bizonyítsuk be, hogy egy egységelemes nullosztómentes gyűrűben minden jobbinverz balinverz is!

Hf1. Bizonyítsuk be, hogy S_5-ben nem lehet egy harmad- és egy ötödrendű elem szorzata negyedrendű, de S_6-ban lehet.

Hf2. Bizonyítsuk be, hogy egy 80-adrendű csoport valamelyik Sylow-részcsoportja normálosztó.

Hf3. Hány elemű az $\{\, x, y \mid x^5 = y^3 = 1,\ x^{-1}yx = y^2 \,\}$ csoport?