1. Legyen H egy nem üres részhalmaza az R gyűrűnek. Lássuk be, hogy a H által generált jobbideál $\{\sum n_i h_i + h_i r_i \mid n_i \in \mathbb{Z},\ h_i \in H,\ r_i \in R\}$. Írjuk föl hasonló módon a H által generált ideál elemeit is!

2. Bizonyítsuk be, hogy az R egységelemes gyűrű a eleme által generált jobbideál az aR komplexusszorzat. Miért nem igaz, hogy egy tetszőleges H részhalmaz által generált jobbideál a HR komplexusszorzat?

3. Mik lesznek a (jobb-, bal-, kétoldali) ideálok az alábbi gyűrűkben?
a) $\mathbb{Z}_n$;
b) $\mathbb{R}^{n\times n}$;
c) $\mathbb{R}[x]/(x^2+1)$;
d) $\mathbb{C}[x]/(x^2+1)$;
e) $\mathbb{Z}$ fölötti $n\times n$-es felső háromszögmátrixok gyűrűje.

4. Legyen K test. Bizonyítsuk be, hogy a K fölötti $n\times n$-es fölső háromszögmátrixok gyűrűjében ideált alkotnak azok, amelyeknek átlójában csupa 0 áll. Mi az ehhez az ideálhoz tartozó faktorgyűrű? Keressük meg $n=3$-ra az összes ideált.

5. Adjuk meg a $K[x,y]$ gyűrű (ahol K kommutatív test) x és y^2 által generált ideáljának elemeit. Adjuk meg a faktorgyűrűt az ideál mellékosztályainak egy alkalmas reprezentánsrendszerével. Mik az ideáljai a faktorgyűrűnek?

6. Bizonyítsuk be, hogy ha $R=2\mathbb{Z}$, és $R_1=\{(a,m)\mid a\in R,\ m\in\mathbb{Z}\}$ az R egységelemes gyűrűvé való szokásos kiterjesztése, akkor R nem izomorf $\mathbb{Z}$-vel.

7. Mi a páros egészek gyűrűjének, $2\mathbb{Z}$-nek a hányadosteste?

8. Bizonyítsuk be, hogy minden véges integritási tartomány test.

9. Mutassuk meg, hogy ha az R gyűrű I ideálja integritási tartomány, akkor I benne van az R centrumában.

10. Adjuk meg egy négyelemű test művelettábláit!

11. Bizonyítsuk be, hogy a 2 és x által generált ideál nem főideál $\mathbb{Z}[x]$-ben.

12. Bizonyítsuk be, hogy $\mathbb{Z}[i]=\{a+bi\sqrt{2}\mid a,b\in\mathbb{Z}\}$ euklideszi gyűrű.