1. Legyen $X, Y \leq G$-re $[X,Y] = \langle [x,y] \mid x \in X,\ y \in Y \rangle$. Bizonyítsuk be, hogy
a) $X \leq G$-re $[X,G] \leq X \Leftrightarrow X \triangleleft G$;
b) $X, Y \leq G$-re $[X,Y] \leq X \Leftrightarrow Y \leq N_G(X)$;
c) $X, Y \leq G$-re $[X,Y] \triangleleft \langle X, Y \rangle$.

2. Feloldható-e a két elemmel generált szabad csoport, F_2?

3. Bizonyítsuk be, hogy F_n' azokból a szavakból áll, amelyekben az egyes betűk kitevőinek összege 0.

4*. Bizonyítsuk be, hogy F_n reziduálisan véges, azaz a véges indexű normálosztóinak a metszete 1. (Útmutatás: Lássuk be, hogy bármely nem triviális redukált szó nem triviális permutációba vihető egy alkalmas véges szimmetrikus csoportba menő homomorfizmussal.)

5. a) Bizonyítsuk be, hogy az x, y elemek által generált szabad csoportot az $\{ x, xy \}$ halmaz is szabadon generálja.
b) Bizonyítsuk be, hogy ugyanebben a csoportban az $S = \{ x, y^{-1}xy, y^{-2}xy^2 \}$ halmaz szabadon generálja a $\langle S \rangle$ részcsoportot.

6. Bizonyítsuk be a következő izomorfiákat a relációkkal megadott csoportokra.
a) $\langle x, y, z \mid x^2 = y^2 = z^3 = 1,\ xy = yx,\ z^{-1}xz = y,\ z^{-1}yz = xy \rangle \cong A_4$;
b) $\langle x, y \mid x^2 = y^2 = 1,\ xyxy = yxyx \rangle \cong D_8$;

7. Adjuk meg definiáló relációkkal a következő csoportokat:
a) $Z_2 \times Z_2 \times Z_4$ b) $Z_3 \times Z_8$

8. Izomorfia erejéig hány Abel-csoport van, amelynek rendje
a) 16;
b) 3600?

9. Hány 12-edrendű részcsoportja van a $Z_4 \times Z_2 \times Z_9$ Abel-csoportnak? Ebből hány nem ciklikus?