

1. a) Írjuk fel a  $g = (13248)(357)(2615)(32)$  permutációt diszjunkt ciklusok szorzataként!  
b) Konjugált-e a  $g$  elem  $g^2$ -tel  $S_8$ -ban? Ha igen, adjunk meg egy olyan  $x \in S_8$  permutációt, amelyre  $x^{-1}gx = g^2$ . (7 pont)
2. Bizonyítsuk be, hogy az  $\begin{bmatrix} a & 0 & d \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$  mátrixok  $G$  halmaza, ahol  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}_3$ , és  $a, b, c \neq 0$ , csoportot alkotnak a szorzásra nézve. Lássuk be, hogy  $G$  is 24 elemű, de nem izomorf  $S_4$ -gyel (pl. mutassuk meg, hogy  $Z(G) \neq 1$ ). (7 pont)
3. Hány 4-edrendű elem van az  $S_4 \times Z_4$  csoportban? (7 pont)
4. Legyen  $N, H \leq G \cong Z_{24}$ ,  $|N| = 6$ ,  $|H| = 4$ . Hány elemű lehet a  $H$  képe,  $HN/N$  a  $G \rightarrow G/N$  faktorizálásnál? (7 pont)
5. Mi a legkisebb  $n$ , amelyre  $A_n$ -nek van 12-edrendű eleme? (7 pont)
6. Mit kaphatunk, ha a 8 elemű  $D_8$  diédercsoport négy különböző tengelyes tükrözését valamilyen sorrendben összeszorozzuk? (7 pont)