

1. Adjuk meg az alábbi permutációk diszjunkt ciklusfelbontását:
- a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n-1 & n \\ n & n-1 & \dots & 2 & 1 \end{pmatrix}$;
- d) $(12345)^{-1}(123)(45)(12345)$ e) $(12)(13)(14)\cdots(1n)$.
2. Írjuk fel transzpozíciók szorzataként az alábbi permutációkat:
- a) $(123)(124)$; b) $(123\dots n)$; c) $(nn-1\dots 1)$.
3. Ha k és n relatív prímekek, akkor a k -val való szorzás egy permutációt definiál a modulo n maradékosztályok (redukált maradékosztályok) halmazán. Adjuk meg a 2-vel való szorzás ciklusfelbontását $n = 5$ -re, $n = 7$ -re és $n = 9$ -re. Mikor lesz a redukált maradékosztályok k -val való szorzásának ciklusfelbontásában pontosan 1 darab ciklus? Mit mondhatunk általában a ciklusok hosszáról, ill. számáról?
4. Számítsuk ki g^2 -et, g^3 -öt és g^{-1} -et, ha a) $g = (12345678)$ b) $g = (1234)(567)$.
5. Mekkora a rendje a következő permutációknak? Melyek permutációk párosak, illetve páratlanok?
- a) $(123)(4567)(89)$ b) $(123)(234)$ c) $(123)(34567)(567)$
6. a) Milyen rendű elemek vannak S_4 -ben, S_5 -ben, A_5 -ben?
 b) Van-e S_{21} -ben, illetve A_{21} -ben 210-edrendű elem? Hát 25-ödrendű?
 c) Hány hatodrendű elem van S_6 -ban, és hány negyedrendű van A_8 -ban?
 d) Bizonyítsuk be, hogy A_4 -nek nincs hatodrendű részcsoportja.
- Hf1.** Legyen N normálosztó, H pedig egy részcsoport a 100-adrendű G csoportban. Bizonyítsuk be, hogy ha $|N| = 20$ és $|H| > 20$, akkor H -nak van 5 indexű részcsoportja! (3 pont)
- Hf2.** Hány hatodrendű elem van S_7 -ben, illetve A_7 -ben? (3 pont)