1. Legyen $M, N \triangleleft G$, és $(|M|, |N|) = 1$. Bizonyítsuk be, hogy ekkor $MN = M \times N$.

2. Mutassuk meg, hogy ha $G = A \times B$ direkt szorzat, és $a \in A$, $b \in B$, akkor $o(ab) = [o(a), o(b)]$, feltéve, hogy a és b véges rendűek. Adjunk példát arra, hogy általában nem igaz ez az összefüggés egy csoport két eleme szorzatának a rendjére még akkor sem, ha $\langle a \rangle \cap \langle b \rangle = 1$.

3. Milyen rendű elemből hány van a következő csoportokban?

a) $C_6 \times C_8$ b) $D_6 \times C_3$ c) $C_2 \times C_2 \times C_8$

4. Bizonyítsuk be, hogy $(G \times H)' = G' \times H'$ és $Z(G \times H) = Z(G) \times Z(H)$.

5. a) Lássuk be, hogy ha $G/Z(G)$ ciklikus, akkor G Abel-csoport.
b) Mutassuk meg, hogy minden p^2 rendű csoport Abel (ahol p prím).
b) Bizonyítsuk be, hogy minden p^3 rendű nem kommutatív G csoportra $G' = Z(G)$, és ez egy p-edrendű normálosztó G-ben.

6. Bizonyítsuk be, hogy $D_6 \cong D_3 \times C_2$.

7. Izomorfia erejéig hány Abel-csoport van, amelynek rendje
a) 32;
b) 360?

8. Hány 12-edrendű részcsoportja van a $C_4 \times C_2 \times C_9$ Abel-csoportnak? Ebből hány nem ciklikus?

Hf1. Adjuk meg az összes olyan 400-adrendű Abel-csoportot izomorfia erejéig, amelyben nincs 100-adrendű elem. Melyikben van a legkevesebb 10-edrendű elem? (*3 pont*)

Hf2. Hány hatodrendű elem van az $S_5 \times C_3$ csoportban? (*3 pont*)