1. Legyen $L = \mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}, i)$, és $G = \mathrm{Gal}(L|\mathbb{Q})$. Legyen g elemei közül f az a "forgatás", amelyre $\sqrt[4]{2}f = i\sqrt[4]{2}$ és $if = i$, és t az a "tükrözés", amelyre $\sqrt[4]{2}t = \sqrt[4]{2}$ és $it = -i$. Határozzuk meg H^*-ot $H = \langle f \rangle$-re, és M^*-ot $M = \mathbb{Q}(i\sqrt{2})$-re.

2. Keressünk olyan $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$ polinomokat, melyeknek a Galois-csoportjai rendre:
a) C_3; b) C_2^n; c) S_3.

3. Bizonyítsuk be, hogy az $x^5 - 4x + 2 \in \mathbb{Q}[x]$ polinom Galois-csoportja S_5-tel izomorf. (Útmutatás: Lássuk be, hogy a polinomnak pontosan 3 valós gyöke van, így van a Galois-csoportnak olyan eleme, ami transzpozícióként hat a polinom gyökein.)

4. Bizonyítsuk be, hogy ha az $L|K$ Galois-bővítés páros fokú, akkor L megkapható egy résztestének egy elem négyzetgyökével való bővítéseként.

5. Ha egy racionális együtthatós polinom Galois-csoportja a kvaterniócsoporttal izomorf, akkor legalább hányadfokú a polinom?

6. Melyik n egészekre szerkeszthető n fokos szög?

7. Megszerkeszthető-e egy tetszőlegesen megadott szög ötödrésze?

8. Határozzuk meg $\cos(2\pi/n)$ fokát $\mathbb{Q}$ fölött.

9. Egy egységnyi hosszúságú szakasz két végpontjából kiindulva megszerkeszthető-e az 1 térfogatú, szabályos tetraéder élhossza?

Hf1. Adjuk meg $x^8 - x^4 - 2$ felbontási testét $\mathbb{Q}$ egyszerű bővítéseként!

Hf2. Legyen $f(x) = g(x^k) \in \mathbb{Q}[x]$, ahol $\deg g = t$ és $k > 1$. Bizonyítsuk be, hogy $|\mathrm{Gal}(f)| \leq (k-1) \cdot t! \cdot k^t$.

Hf3. Határozzuk meg az $f(x) = x^4 + x^2 + 1$ polinom Galois-csoportját $\mathbb{Q}$ fölött.