1. a) Bizonyítsuk be, hogy egy Noether-gyűrű minden faktorgyűrűje is Noether.
b) Bizonyítsuk be, hogy ha $I \triangleleft R$, és I és R/I is Noether, akkor R is Noether.

2. Bizonyítsuk be, hogy ha $R[x]$ Noether-gyűrű valamely R kommutatív gyűrűre, akkor R szükségképpen egységelemes.

3. Mutassuk meg, hogy ha egy R kommutatív nullosztómentes gyűrű minimumfeltételes, akkor R test.

4. Bizonyítsuk be, hogy a 2 és x által generált ideál nem főideál $\mathbb{Z}[x]$-ben.

5. Számítsuk ki a $(4,x)$ és $(6,x)$ ideálok szorzatát és metszetét $\mathbb{Z}[x]$-ben!

6. Keressünk $\mathbb{Z}$-ben olyan A és B ideálokat, amelyekre $AB \neq A \cap B$.

7. Bizonyítsuk be, hogy (x) prímideál $\mathbb{Z}[x]$-ben, de nem maximális!

8. Legyen R kommutatív, I valódi ideál R-ben, és I prímideál. Bizonyítsuk be, hogy ha R/I véges, akkor I maximális.

9. Keressük meg a főideálokat és a prímideálokat a 2×2-es felső háromszögmátrixok gyűrűjében!

10. a) Bizonyítsuk be, hogy ha egy R kommutatív gyűrű nem főideálgyűrű, és $I \triangleleft R$ nem főideál, akkor létezik egy $J \triangleleft R$, amely tartalmazza I-t, nem főideál, és amely maximális erre a tulajdonságra nézve.
b) Bizonyítsuk be, hogy ha egy R egységelemes kommutatív gyűrűben minden prímideál főideál, akkor R főideálgyűrű.

Hf1. Bontsuk fel $\mathbb{Z}[\sqrt{-2}]$-ben az $5+4\sqrt{-2}$ elemet prímek szorzatára!

Hf2. Lássuk be, hogy egy R egységelemes integritási tartományban $a \in R$ akkor és csak akkor prím tulajdonságú, ha az $R/(a)$ faktorgyűrű nullosztómentes.