

1. Keressünk olyan $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$ polinomokat, melyeknek a Galois-csoportjai rendre:
 - a) C_3 ;
 - b) C_2^n ;
 - c) S_3 .
 2. Bizonyítsuk be, hogy ha az $L|K$ Galois-bővítés páros fokú, akkor L megkapható egy résztestének egy elem négyzetgyökével való bővítéseként.
 3. Ha egy racionális együtthatós polinom Galois-csoportja a kvaterniócsoporttal izomorf, akkor legalább hányadfokú a polinom?
 4. Melyik n egészekre szerkeszthető n fokos szög?
 5. Megszerkeszthető-e egy tetszőlegesen megadott szög ötödrésze?
 6. Határozzuk meg $\cos(2\pi/n)$ fokát \mathbb{Q} fölött.
 7. Egy egységnyi hosszúságú szakasz két végpontjából kiindulva megszerkeszthető-e az 1 térfogatú, szabályos tetraéder élhossza?
 8. Megszerkeszthető-e egy egyenlőszárú háromszög, ha adott a szára és a beírt kör sugara?
 9. Tudjuk, hogy $\mathbb{Q}(\cos 40^\circ)$ Galois-csoportja 3-elemű. Van-e olyan racionális szám, amelynek a köbgyökével való bővítés ugyanezt a testet adja?
 10. Bizonyítsuk be, hogy ha egy $f(x) \in \mathbb{Q}[x]$ irreducibilis polinom Galois-csoportja kommutatív, akkor a Galois-csoport rendje $\deg f$.
 11. Az alábbiak közül melyik polinomok gyökeit lehet az alpműveletek és gyökvonás segítségével felírni?
 - a) $x^4 + 2x^3 - 5x + 1$
 - b) $x^5 - 15x^4 + 6$
 - c) $x^6 - 2x^2 + 4$
- Hf1.** Hány elem áll elő négyzetszámként, illetve köbszámként \mathbb{F}_{27} -ben? Adjunk meg egy olyan irreducibilis polinomot \mathbb{F}_3 fölött, amelynek minden gyöke négyzetszám $\mathbb{F}_{27} \setminus \mathbb{F}_3$ -ban!
- Hf2.** Határozzuk meg a $\text{Gal}(L|K)$ Galois-csoportot, ahol $K = \mathbb{Q}(i\sqrt{3})$ és $L = K(\sqrt[6]{7})$.