

Gyakorlati kérdések

1. Mi az $x^4 + 2x^2 - 1$ polinom felbontási testének foka \mathbb{Q} fölött? (10 pont)
2. Legyen $K = \mathbb{F}_5(\alpha)$, ahol α az $x^2 - 2x - 1$ polinom gyöke. Határozzuk meg $\alpha - 2$ rendjét K multiplikatív csoportjában! (10 pont)
3. Tudjuk, hogy $\alpha = \cos 20^\circ$ minimálpolinomja \mathbb{Q} fölött $f(x) = 8x^3 - 6x - 1$, és $\mathbb{Q}(\alpha)|\mathbb{Q}$ normális bővítés. Határozzuk meg a $f(x)(x^2 - 2)$ Galois-csoportját izomorfia erejéig! (10 pont)

Elméleti kérdések

4. Mit mondhatunk egy $L|K$ Galois-bővítés relatív automorfizmusainak a számáról? Mutassunk példát olyan $L|K$ véges fokú, de nem Galois-bővítésre, amelyre nem igaz ez az állítás! (Indokoljuk is, hogy miért jó az ellenpélda!) (5 pont)
5. Mondjuk ki a következő definíciókat és tételeket!
 - a) definíció: normális bővítés
 - b) definíció: a * Galois-megfeleltetés, részcsoporthoz és közbülső testre is;
 - c) tétel: egyszerű algebrai bővítés bázisa és foka
 - d) tétel: az euklideszi szerkeszthetőség feltétele (10 pont)
6. Mondjuk ki és bizonyítsuk a következő két tétel közül az **egyiket**:
 - a) Egyszerű bővítés előállítását faktorgyűrűként
 - b) Véges szeparábilis bővítés egyszerűsége (15 pont)