1. a) Bizonyítsuk be, hogy $\mathbb{R}$ automorfizmuscsoportja egyelemű. (Útmutatás: Lássuk be, hogy $\mathbb{R}$ minden automorfizmusa rendezéstartó.)
b) Hány automorfizmusa van $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$-nek? (Miért nem mond ez ellent a Galois-elmélet főtételének?)
c) Mutassunk példát olyan véges normális (de nem szeparábilis!) bővítésre, melynél a relatív automorfizmusok csoportja 1-elemű.

2. Bizonyítsuk be, hogy $\mathbb{R}$ nem áll elő egy valódi résztestének véges fokú normális bővítéseként.

3. Határozzuk meg a $\mathbb{Q}(\sqrt{2}+\sqrt{3}) \mid \mathbb{Q}$ bővítés Galois-csoportját.

4. Keressük meg az x^4-2 Galois-csoportjának összes részcsoportját, és a hozzájuk tartozó közbülső testeket!

5. Határozzuk meg a következő polinomok Galois-csoportját $\mathbb{Q}$ fölött és $\mathbb{F}_3$ fölött
a) x^4-3x^2+4 b) x^3-2 c) x^3+2x^2+2

6. Bizonyítsuk be, hogy ha egy harmadfokú, racionális együtthatós, irreducibilis polinomnak nem mindegyik gyöke valós, akkor a Galois-csoportja S_3-mal izomorf.

7. Keressük meg az $f(x)=x^8-1$ polinom felbontási testének résztesteit!

8. Bizonyítsuk be, hogy az $x^5-4x+2 \in \mathbb{Q}[x]$ polinom Galois-csoportja S_5-tel izomorf. (Útmutatás: Lássuk be, hogy a polinomnak pontosan 3 valós gyöke van, így van a Galois-csoportnak olyan eleme, ami transzpozícióként hat a polinom gyökein.)

Hf1. Legyen α az $x^4+x+1 \in \mathbb{F}_2[x]$ polinom egyik gyöke. Állítsuk elő $f(x)$ többi gyökét α hatványaként! (Felhasználhatjuk a polinom Galois-csoportját.)

Hf2. Adjuk meg az x^3-2 polinom $\mathbb{Q}$ fölötti felbontási testének összes résztestét!