1. A következő mátrixok közül melyik normális, melyik önadjungált indefinit?

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. A következő mátrixok közül melyik irreducibilis, melyik primitív?

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Adjuk meg az $A = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ pozitív definit mátrix SVD-felbontását, és ennek segítségével adjunk meg olyan pozitív definit B mátrixot, amelyre $B^2 = A$.

4. Adjuk meg az alábbi mátrix karakterisztikus polinomját, sajátalterének dimenzióját, Jordan-féle normálalakját és minimálpolinomját. Mi az A^n Jordan-normálalakja?

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

5. Bizonyítsuk be, hogy ha az $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ mátrix rangja n, akkor A^*A invertálható, és A Moore–Penrose-féle pszeudoinverze $(A^*A)^{-1}A^*$.

6. Bizonyítsuk be, hogy egy $A \geq 0$ irreducibilis mátrix minden nemnegatív sajátvektora pozitív.