# 7. előadás

## Euklideszi terek transzformációi (folyt.)

**Schur-felbontás:** Ⓑ

Minden komplex négyzetes mátrix unitérrel felső háromszögmátrixba konjugálható.

**Normális és öndajungált transzformációk jellemzése:**

**Spektráltétel:** Ekvivalens egy transzformációra

(i) A transzformáció normális.
(ii) Van hozzá sajátvektorokból álló ortonormált bázis.
(iii) Unitér mátrixszal diagonálisba konjugálható.

**Főtengelytétel:** Ekvivalens egy transzformációra:

(i) Önadjungált
(ii) Van hozzá sajátvektorokból álló ortonormált bázis, és a sajátértékek valósak.
(iii) Unitér mátrixszal valós diagonálisba konjugálható.

**Példák öndajungált és unitér transzformációkra:**

**merőleges vetítés:** $\pi_W$ mátrixa $U_1U_1^* = I - U_2U_2^*$, ahol $U_1$ oszlopai a $W$ altérnek, $U_2$ oszlopai a $W^\perp$ altérnek ortonormált bázisát adják. Speciálisan, $\mathbf{n}$ normálvektorú hipersíkra való vetítés mátrixa $I - \frac{1}{|\mathbf{n}|^2}\mathbf{n}\mathbf{n}^*$. $\pi_W$ önadjungált, pozitív szemidefinit.

**tükrözés:** $\tau_W = 2\pi_W - I = I - 2\pi_{W^\perp}$, mátrixa $2U_1U_1^* - I = I - 2U_2U_2^*$. $\tau_w$ önadjungált és unitér, indefinit.

**permutációs mátrixok:** a báziselemeket permutálják, minden sajátértéke komplex egységgyök. Unitérek. Az $n$ báziselemet ciklikusan permutáló mátrix sajátértékei az $n$-edik komplex egységgyökök, diagonalizáló mátrixa Vandermonde-mátrix.

## Mátrixok általánosított inverzei

**Jobb és bal inverz definíciója:**

$B$ jobb inverze $A$-nak, ha $AB = I$, $C$ bal inverze $A$-nak, ha $CA = I$

**Létezésének feltétele:**

$A \in K^m \times n$-nek akkor és csak akkor van jobb inverze, ha rang $A = m$, és akkor és csak akkor van bal inverze, ha rang $A = n$.

**Az egy oldali inverz kiszámítása:**

Gauss-módszerrel (szimultán egyenletrendszer-megoldás).