7. előadás

Euklideszi terek transzformációi

Unitér (illetve valós ortogonális), öndjungált (illetve valós szimmetrikus) és normális transzformáció **definíciója:** valamely ortonormált bázisban a mátrixa

unitér (valós esetben ortogonális): $A^* = A^{-1}$

önadjungált (valós esetben szimmetrikus): $A^* = A$

normális: $A^*A = AA^*$

Az **unitér** transzformációk **ekvivalens jellemzései:**

skalárszorzattartó;

ortonormált bázist ortonormáltba visz;

valamely ortonormált bázisban felírt mátrixában a sorok és az oszlopok ortonormált rendszert alkotnak.

Unitér, önadjungált, ill. normális transzformációk **más bázisban:** ha a transzformáció mátrixa valamely ortonormált bázisban unitér/önadjungált/normális, akkor minden ortonormált bázisban az, de ez másféle bázisra nem teljesül.

Unitér, illetve önadjungált transzformációk **sajátértékei:** Ⓑ

unitér transzformáció minden sajátértéke 1 abszolút értékű;

önadjungált transzformáció minden sajátértéke valós.

Schur-felbontás: Ⓑ

Minden komplex négyzetes mátrix unitérrel felső háromszögmátrixba konjugálható.

Normális és öndajungált transzformációk jellemzése:

Spektráltétel: Ekvivalens egy transzformációra

(i) A transzformáció normális.
(ii) Van hozzá sajátvektorokból álló ortonormált bázis.
(iii) Unitér mátrixszal diagonálisba konjugálható.

Főtengelytétel: Ekvivalens egy transzformációra:

(i) Önadjungált
(ii) Van hozzá sajátvektorokból álló ortonormált bázis, és a sajátértékek valósak.
(iii) Unitér mátrixszal valós diagonálisba konjugálható.