

## Emlékeztető a zh előtt

*A \*-gal jelölt részeket az október 20-i zh-ra még nem kell tudni, csak a pótzh-ra és a vizsgára.*

### Fogalmak:

- vektortér, függetlenség, generátorrendszer, bázis, koordinátavektor
- lineáris leképezés, illetve transzformáció, és ezek mátrixa, mátrixok hasonlósága
- lin. leképezés és mátrix rangja
- sajátérték, sajátvektor, sajátaltér, spektrum, spektrálsugár
- karakterisztikus polinom, minimálpolinom,
- vektorterek direkt összege
- Jordan-blokk, Jordan-mátrix
- bilineáris függvény, valós szimmetrikus bilineáris függvény, Hermitikus bilineáris függvény, Gram-mátrix
- ortonormált és ortogonális rendszer, merőleges altér
- lineáris kód, kód dimenziója, kódhossz, kódtávolság
- Hadamard-kód, duális kód, Hamming-kód
- euklideszi tér
- valós szimmetrikus, ill. komplex Hermitikus bilin. fv. jellege/definitisége
- önadjungált/szimmetrikus, unitér/ortogonális és normális transzformációk
- permutációs mátrix
- egyoldali inverz, általánosított inverz, pseudoinverz
- szinguláris érték, SVD-felbontás, redukált SVD-felbontás
- pozitív mátrix, nemnegatív mátrix
- irreducibilis mátrix
- primitív mátrix
- \* mátrixsorozat konvergenciája
- \* véges állapotú, homogén Markov-lánc, sztochasztikus mátrix

### Tételek:

- polinominterpoláció tétele, Shamir-féle titokmegosztás
- Cayley–Hamilton-tétel, a minimálpolinom a karakterisztikus polinom kapcsolata
- minimálpolinom és sajátértékek
- minimálpolinom relatív prím faktorai szerinti felbontás
- diagonalizálhatóság feltétele sajátvektorokkal, illetve minimálpolinommal
- Jordan-normálalak létezése és egyértelműsége
- Jordan-blokk hatványa
- Jordan-normálalak és a karakterisztikus polinom, minimálpolinom, illetve a sajátaltérek dimenzióinak kapcsolata
- Sylvester-féle tehetetlenségi tétel
- Gram-mátrix felírása új bázisban
- unitér és önadjungált transzformációk sajátértékei
- unitér, önadjungált, ill. normális mátrixok más bázisban
- unitér transzformációk jellemzései

- Schur-felbontás
- normális transzformációk jellemzése (spektráltétel)
- önadjungált transzformációk jellemzése (főtengelytétel)
- megoldható lin. egyenletrendszer megoldása általánosított inverz segítségével
- pszeudoinverz létezése és egyértelmősége
- lin. egyenletrendszer legjobban közelítő megoldása pszeudoinverz segítségével
- az SVD alkalmazásai: poláris felbontás, pszeudoinverz kiszámítása SVD-ből, homogén lineáris egyenletrendszer legjobb közelítő megoldása az egységkörön, Eckart-Young-tétel (alacsony rangú közelítés)
- Perron-tétel, Frobenius-tétel
- spektrálsugár becslése sor-, illetve oszlopösszegekkel
- irreducibilis, illetve primitív mátrixok jellemzései
- \*  $A^k \rightarrow 0$ , ha  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , és  $\rho(A) < 1$ ,
- \*  $(\frac{A}{\rho(A)})^k$  határértéke primitív  $A \geq 0$  mátrixra
- \* primitív sztochasztikus mátrix határértéke, primitív mátrixú Markov-lánc eloszlásának határértéke

### **Algoritmusok, számítási módszerek:**

- Newton-féle interpoláció
- lineáris leképezés (transzformáció) felírása adott bázispárban (bázisban), áttérés másik bázispárra (bázisra)
- spektrálfelbontás ( $A = PDP^{-1}$ , ahol  $D$  diagonális), diagonalizálás
- sajátértékek és sajátvektorok kiszámítása,
- számolás blokkmátrixokkal
- Jordan-normálalak meghatározása, ha a karakterisztikus polinom minden gyöke legfeljebb 6-szoros
- a mátrix invariánsainak meghatározása a Jordan-normálalakkból
- mátrix hatványozása diagonális vagy Jordan-normálalakkal
- Gram-Schmidt-féle ortogonalizálás
- Gram-mátrix diagonalizálása szimultán sor- és oszlopműveletekkel, önadjungált mátrix definitiségének meghatározása
- merőleges vetítés és tükrözés mátrixa
- általánosított inverzek kiszámítása
- pszeudoinverz kiszámítása
- lineáris egyenletrendszer legjobb közelítő megoldása
- SVD és redukált SVD kiszámítása (önadjungáltra egyszerűbben)
- homogén lin. egyenletrendszer legjobb közelítő megoldása az egységkörön
- alacsony rangú közelítés
- QR-felbontás
- mátrixok irreducibilitásának illetve primitivitásának eldöntése