

1. A következő mátrixok közül melyik irreducibilis, melyik primitív?

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. A következő mátrixok közül melyik normális? Amelyik nem normális, annak adjuk meg a Jordan-féle normálalakját!

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Adjuk meg a  $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$  mátrix  $QR$ -felbontását!
4. Adjuk meg az  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  mátrix redukált SVD-felbontását és pseudoinverzét!
5. Mit jelent az, hogy egy  $A'$  mátrix általánosított inverze az  $A$  mátrixnak? Bizonyítsuk be, hogy az  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$  mátrixnak általánosított inverze az  $A' = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  mátrix, de nem pseudoinverze!
6. Legyen  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $A \geq 0$ , és tegyük fel, hogy  $A$ -nak sajátvektora a csupa 1-ből álló  $\mathbf{v} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$  vektor,  $\lambda$  sajátértékkel. Bizonyítsuk be, hogy ekkor  $A$  spektrálsugara  $\lambda$ .

1. A következő mátrixok közül melyik irreducibilis, melyik primitív?

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. A következő mátrixok közül melyik normális? Amelyik nem normális, annak adjuk meg a Jordan-féle normálalakját!

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Adjuk meg a  $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$  mátrix  $QR$ -felbontását!
4. Adjuk meg az  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  mátrix redukált SVD-felbontását és pseudoinverzét!
5. Mit jelent az, hogy egy  $A'$  mátrix általánosított inverze az  $A$  mátrixnak? Bizonyítsuk be, hogy az  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$  mátrixnak általánosított inverze az  $A' = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  mátrix, de nem pseudoinverze!
6. Legyen  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $A \geq 0$ , és tegyük fel, hogy  $A$ -nak sajátvektora a csupa 1-ből álló  $\mathbf{v} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$  vektor,  $\lambda$  sajátértékkel. Bizonyítsuk be, hogy ekkor  $A$  spektrálsugara  $\lambda$ .