

1. Számítsuk ki az alábbi improprius integrál értékét! (4 pont) 5. Határozzuk meg az  $f(x, y) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x + y^2$  függvény lokális szélsőértékeit. (4 pont)

$$\int_0^1 \ln x \, dx =$$

2. Legyen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \beta \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- a) Milyen  $\alpha$  és  $\beta$  esetén lesz az  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  egyenletnek 0, 1 illetve végtelen sok megoldása?

6. Határozzuk meg az  $\mathbf{r}(t) = (t^3 + t, 2t, t)$  görbe binormális egységvektorát a  $(2, 2, 1)$  pontban! (4 pont)

- b) Írjuk fel  $\mathbf{A}$  inverzét az  $\alpha = 2$  esetben! (3+2 pont)

7. Határozzuk meg egy egységsugarú gömb, és a gömb középpontjából induló,  $60^\circ$ -os félnyílásszögű kúp metszetének térfogatát! (4 pont)

3. A  $3 \times 3$ -as  $\mathbf{A}$  mátrixra  $\det \mathbf{A} = 3$ . Húzzuk alá az alábbiak közül azokat, amelyeknek ugyancsak 3 az értékük! (2 pont)

$$\text{rang } \mathbf{A}, \quad \det \mathbf{A}^{-1}, \quad \det \mathbf{A}^T, \quad \det \mathbf{A}^3.$$

4. Az  $f(x, y, z) = 30 - 2x^2 - 2y^2 - z^2$  függvény az  $(1, 1, 1)$  pontban

8. Tekintsük a  $3x - y = 0$  egyenletű síkra való merőleges vetítést! Határozzuk meg e lineáris leképezés

1. magterét!
2. sajátvektorait! (4 pont)

1. mely irányban veszi fel iránymenti deriváltjai legnagyobb értékét?

2. a  $(3, 0, 4)$  irányban mennyi az iránymenti derivált értéke? (3 pont)