

1. Számítsuk ki az alábbi improprius integrál értékét! (3 pont) $\int_0^{\pi^2} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx =$
5. Határozzuk meg az $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2y$ függvény szélsőértékeit. (4 pont)

2. Legyen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

- a) Adjuk meg A sajátértékeit és egyet a sajátvektorai közül!
6. Lássuk be, hogy az $\mathbf{r}(t) = (1-t, t-t^2, t^2-1)$ görbe síkgörbe, és határozzuk meg a síkját! (3 pont)

- b) $A^{-1} = ?$ (3+2 pont)

7. Adjuk meg az $f(x, y) = x + \ln y$ függvény másodfokú Taylor-polinomját az $(x, y) = (0, 1)$ pont körül! (3 pont)

3. Határozzuk meg az $f(x, y, z) = (x - 3y, x + z, 0)$ lineáris leképezés

- a) mátrixát (2 pont)

8. Számítsuk ki az $f(x, y, z) = z$ függvény integrálját az $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ gömbnek az $y \geq 0, z \geq 0$ téregyedbe eső részén! (5 pont)

- b) és rangját! (1 pont)

4. Válasszuk ki a $(2, 3, 0), (1, 1, -1), (0, 1, 2), (1, 2, 0)$ és $(-1, -1, 1)$ vektorok közül az általuk kifeszített altérnek egy bázisát! (4 pont)