Vizsgakérdések I. év, 2. félév, 2000/01: • kérdés; **n**$\diamondsuit$ az n-edik bizonyítás; x.y.z hivatkozás a tankönyvre; x.y hivatkozás a példatárra; *definíció*

• *lineáris egyenletrendszer, mátrix, (redukált) sorlépcsős alak,* mátrix (redukált) sorlépcsős alakra hozása, *Gauss-módszer, Gauss–Jordan-módszer* • *mátrixműveletek,* műveleti azonosságok, *lineáris egyenletrendszerek mátrixszorzatos alakja, szimultán egyenletrendszer* és megoldása, az együtthatómátrix oszlopvektorainak lineáris kombinációi és az egyenletrendszer megoldhatósága közti kapcsolat • az $\mathbf{x} \mapsto \mathbf{Ax}$ leképezés képtere, magtere • *mátrix inverze* és kiszámítása elemi sorműveletekkel, egyenletrendszer megoldása mátrixinvertálással **1**$\diamondsuit$**inverz létezése** akár elemi sorműveletekkel, akár **19.5.5** alapján • R^n *lineáris alterei,* **2**$\diamondsuit$**a homogén lineáris egyenletrendszer megoldásainak lineáris kombinációi is megoldások**, azaz a megoldások lineáris alteret alkotnak, • az $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ és az $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ megoldásainak kapcsolata • *vektortér és altere*inek általános fogalma, *bázis, dimenzió,* mátrix *sortere, oszloptere* • *vektorrendszer* ill. *mátrix rangja,* egyenletrendszer megoldhatóságának és egyértelmű megoldhatóságának mátrixrangos feltétele, rangszámtétel (a rang elemi átalakítások közben nem változik) • *lineáris leképezések (tenzorok),* példák (differenciáloperátor, határozott integrál,... P21.4, valamint a példatár feladatai 21.18–) **3**$\diamondsuit$**21.2.1:** tenzor mátrixának létezése, meghatározása • tenzor mátrixának felírása új bázisban • tenzorműveletek és mátrixműveletek kapcsolata • *determináns,* mint a sorvektorok által kifeszített paralelepipedon előjeles térfogata, műveletek determinánsokon, a det értékének meghatározása sor vagy oszlop szerinti kifejtéssel illetve speciális esetekben, a determináns értékének kiszámítása elemi átalakításokkal (példatár 19-4, 19-5 oldal) **4**$\diamondsuit$**19.3.5, 19.3.8:** főátló fölött csupa 0, másik sor szerinti „kifejtés” **5**$\diamondsuit$**Vandermonde-determináns értékének kiszámítása** (TK 201-202. oldal) • szinguláris, nem-szinguláris (reguláris) mátrix, determinánsok szorzástétele $(\det(\mathbf{AB}) = \det(\mathbf{A})\det(\mathbf{B}))$ **6**$\diamondsuit$**19.5.5:** reguláris mátrix inverzének felírása a determináns segítségével (az előjeles aldeterminánsok mátrixának transzponáltja szorozva a determináns reciprokával) • Cramer szabály **7**$\diamondsuit$**20.2.3, 2.4, 2.5:** a homogén lin. egy. rsz. nemtriviális megoldásainak létezése, homogén lineáris egyenletrendszer megoldhatósága és a determináns lapcsolata, determináns sorvektorainak lineáris függetlensége és a determináns értéke közti kapcsolat • *sajátérték, sajátvektor, karakterisztikus egyenlet és polinom* **8**$\diamondsuit$**kézirat vagy tk. 237-8.o.** sajátérték létezése, karakterisztikus egyenlet megoldhatósága és az $\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}$ együtthatójú homogén lineáris egyenletrendszer megoldhatóságának kapcsolata • szimmetrikus és ferdén szimmetrikus mátrixok és sajátértékeik, főtengelytétel (20.3.5) **9**$\diamondsuit$**20.3.3:** minden mátrix előáll egy szimmetrikus és egy ferdén szimmetrikus összegeként

• *vektor-vektor* ($\mathsf{R}^n \to \mathsf{R}^m$), *skalár-vektor* és *vektor-skalár* függvények, ezek határértéke, folytonossága, Heine-féle definíció, Cauchy-féle definíció, (*többváltozós függvények határértéke* ! a példatárban D14.1, a tankönyv régebbi kiadásaiban (1) rossz!!!) • *vektor-vektor fv-ek diffhatósága, deriválttenzor, Jacobi-mátrix,* vektor-vektor függvényekek lineáris közelítése • deriválási szabályok, összetett függvények deriválási szabálya és annak felírása a Jacobi-mátrixok segítségével • diffhatóság és folytonosság közti kapcsolat • *többváltozós fv gradiense,* a ∇-jelölés (D 18.4), egy többváltozós fv diffhatósága és parciális differenciálhányadosainak létezése közötti kapcsolat: 14.4.9 • *többváltozós fv lineáris közelítése, a teljes differenciál* (D14.11, D15.2), az érintősík • *iránymenti derivált* (D14.12) és **10**$\diamondsuit$**14.5.2:** kiszámítása • a **grad** irányának és hosszának geometriai jelentése (T 14.14), szintfelület és **grad** merőlegessége • a vegyes parciális deriváltak egyenlősége (T14.15) • annak feltétele, hogy egy vektor-vektor fv valamely f fv gradiense legyen (T14.16)

• *a Taylor-formula,* **11**$\diamondsuit$**0-dik Taylor-formula (Lagrange középértéktétele)**, • első Taylor-formula • szélsőértékhelyen a parc. derivált 0, szélsőértékhelyek meghatározása az első és a másodrendű parciális differenciálhányadosokkal, *feltételes szélsőérték,* Lagrange multiplikátoros módszere (T15.11, M15.12)

• *kettős és hármas integrál* és tulajdonságai, integrál-középértéktétel • hengerkoordináták, gömbi koordináták • Jacobi-mátrix, Jacobi-determináns, integrál transzformációja **12**$\diamondsuit$**P 16.64: integráltranszformáció szemléltetése polárkoordináták esetén 13**$\diamondsuit$**tk 106-107.o.: Jacobi-determináns gömbi koordináták esetén**

• *vektor-skalár fv, deriváltvektor* és annak koordinátafv-ei • *térgörbe vektoregyenlete,* ívhossza, *ívhosszparaméter,* áttérés ívhosszparaméterre, ívhosszparaméterrel megadott görbe tulajdonságai (ívhosszparam. térgörbe érintővektora, $\mathbf{r}' \perp \mathbf{r}''$) **14**$\diamondsuit$**T 17.2.3: az érintő egységvektor** • *kisérő triéder vektorai és síkjai,* ezek megadása $\mathbf{r}(t)$ segítségével, simulósík, mint síksorozat határhelyzete • *görbület, torzió* és kiszámításuk, *görbületi sugár* • felület megadása Gauss-paraméterekkel, felület érintősíkja és normálisa (paraméterrel és skalárisan megadott felületek esetén is), felszínszámítás (T 17.7.2),

• *vektor-vektor fv. görbementi és felületmenti skalárértékű (vektorértékű) integrálja* és kiszámításuk, 174.o. • görbementi integrál kiszámítása potenciálos vektormezőben (T18.12) • div, **rot** *definíciója* (határértékkel, tk. 178.o.), kiszámítása és tulajdonságaik **15**$\diamondsuit$ **18.1.3**(2): $(\mathbf{rot}\,\mathbf{grad}\,u = \mathbf{0})$ • Stokes-tétel, Gauss–Osztrogradszkij-tétel • forrásmentesség, örvénymentesség szüks. és elégs. feltétele, potenciálos vektormező (T18.19, D18.7, T18.8) **16**$\diamondsuit$**18.4.3** az örvénymentesség szükséges és elégséges feltétele