

1. Mennyi az $f(x, y, z) = 2$ függvény integrálja az $A(0, 0, 0)$, $B(1, 0, 0)$, $C(0, 3, 0)$, $D(0, 0, 1)$ csúcspontok által meghatározott tetraéderen? (3 pont)

6. Bizonyítsuk be, hogy a $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ határérték nem létezik. (3 pont)

2. Adjuk meg az $\mathbf{r}(t) = (t - 1, 2t^2, 3 - t)$ görbe $(-2, 2, 4)$ ponthoz tartozó normálsíkjának egyenletét! (3 pont)

7. Tegyük fel, hogy a kétváltozós f függvény a P_0 pontban

- F: folytonos;
- D: differenciálható;
- P: mindkét parciális deriváltja létezik;
- K: mindkét parciális deriváltja folytonos.

Jelöljük meg nyíllal az igaz implikációkat! (4 pont)

F D

P K

3. Határozzuk meg az $f(x, y) = x^3 - xy + y^2$ függvény lokális szélsőértékeit. (4 pont)

8. Számítsuk ki az $f(x, y, z) = x^3 - 2yz$ függvény iránymenti deriváltját a $(1, 1, 3)$ pontban,

1. az $(1, 2, 2)$ vektor irányában!
2. abban az irányban, melyben a derivált értéke maximális! (4 pont)

4. Írjuk fel az $\mathbf{r}(t) = [2 \cos t, 2 \sin t, 1]$ görbe ívhosszparaméteres alakját! (3 pont)

9. Számítsuk ki az alábbi integrál értékét, ahol T az $x^2 + y^2 = 1$ és $x^2 + y^2 = 4$ egyenletű körök közötti gyűrűnek az $y \geq x$ és $y \geq -x$ egyenletű félsíkok metszetébe eső része! (3 pont)

5. Cseréljük fel az integrálás sorrendjét a következő integrálnál! (3 pont)

$$\iint_T \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy =$$

$$\int_{1/2}^2 \int_1^{2/x} f(x, y) dy dx$$