MAT B3 – 2. iv – 2004-01-05 13:00 CH MAX

Név: ______________________ Gyakvez.: ______

1: ☐ 2: ☐ 3: ☐ 4: ☐ 5: ☐ 6: ☐ 7: ☐ 8: ☐

$\sum$:

1. *(4 pont)* Határozzuk meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n}}(x-1)^n$ hatványsor konvergenciatartományát!

2. *(3 pont)* Számítsuk ki a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ hatványsor összegfüggvényét!

3. *(3 pont)* Tekintsük azt az f függvént, melyre $f(x) = 2x$, ha $x \in [0,2)$ és $f(x) = f(x+2)$, ha $x \in \mathbb{R}$. Írjuk fel f Fourier-sorának összegfüggvényét!

4. *(4 pont)* Határozzuk meg a $z \mapsto z \cos \frac{2}{z}$ függvény 0 körüli Laurent-sorát és integráljának értékét egy origót pozitív körüljárás szerint egyszer megkerülő zárt görbén!

5. *(6 pont)* Írjuk fel, hogy az alábbi inhomogén differenciálegyenletek egyik partikuláris megoldását milyen alakban érdemes keresni:

a) $y''' - y'' - 2y' = 2x$

b) $y''' - y'' - 2y' = 3e^{2x}$

c) $y'' + 2y' + 5y = 4 \sin 2x$

d) $y'' + 2y' + 5y = e^{-x} \sin 2x$

6. *(3 pont)* A Cauchy – Peano-féle egzisztenciatétel alkalmazásával mutassuk meg, hogy az alábbi kezdetiérték probléma megoldható (írjuk fel a tételben említett többváltozós $f(x, y_0, y_1 \ldots)$ függvényt, és a P pontot is)!

$$\frac{y'''}{x^2} = \cos y'' - xyy', \quad y(1) = 4,\ y'(1) = 3,\ y''(1) = 2$$

7. *(2+2 pont)* Mutassuk meg kétféleképpen is, hogy a $\sin x$ és a $\cos x$ függvények az egész számegyenesen függetlenek!

8. *(4 pont)* Oldjuk meg az alábbi kezdetiérték problémát!

$$x^2y'' + xy' - y = 0, \quad y(1) = 1,\ y'(1) = 1$$