

1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9: Σ :

1. Melyek igazak, és melyek hamisak az alábbi állítások közül (I vagy H), és melyekről nem dönthető el (X)? (3 pont)

- (a) A Laplace-transzformáció lineáris leképezés.
- (b) Függvények szorzatának Laplace-transzformáltja megegyezik Laplace-transzformáltjaik konvolúciójával.
- (c) Ha n különböző, $[0, 1]$ -en értelmezett függvény lineárisan független, akkor van olyan $\xi \in (0, 1)$, hogy a függvények Wronsky-determinánása ξ -ben nem 0.
- (d) Ha n különböző, $[0, 1]$ -en értelmezett függvény lineárisan független, akkor Wronsky-determinánása semelyik $\xi \in (0, 1)$ helyen nem 0.

2. Oldja meg az $y' = \frac{y}{x} + x^2$ differenciálegyenletet! (4 pont)

3. Írja fel azt a lineáris állandó együtthatós differenciálegyenletet, melynek általános megoldása $x^2 + c_1 e^x + c_2 x e^x$. (3 pont)

4. A Cauchy–Peano-féle egzisztenciátétel alkalmazásával mutassuk meg, hogy az alábbi kezdetiérték probléma megoldható (írjuk fel a tételben említett többváltozós $f(x, y_0, y_1 \dots)$ függvényt, és a P pontot is)! (4 pont)

$$\frac{y'''}{x^2 + 1} - \sin y'' + x^3 e^y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 3$$

5. Tegyük egzakttá az $y^2 - e^{-x} + 2yy' = 0$ differenciálegyenletet. (3 pont)

6. Mutassuk meg, hogy az e^{2x}, e^{3x}, e^{-2x} függvények lineárisan függetlenek az egész számegegyenesen. (3 pont)

7. Oldjuk meg az $y'' - 2\frac{y'}{x} - 4\frac{y}{x^2} = 0$ differenciálegyenletet! (3 pont)

8. Írjuk fel azt a változó felső határu integrált tartalmazó egyenletet (integrálegyenletet), amely ekvivalens az $y' = xy - 2x, y(0) = 1$ kezdetiérték problémával. (4 pont)

9. Készítsünk szabadkézi rajzot az $y' = xy - x^2$ differenciálegyenlethez tartozó iránymező $[1, 2] \times [1, 2]$ tartományba eső részéről! (3 pont)