

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----

Σ:

1. (4) Bizonyítsuk be az Euler-formulát!
2. (3) Bizonyítsuk be, hogy a Laplace-transzformált lineáris leképezés!

3. (3) Bizonyítsuk be, hogy egy tetszőleges inhomogén lineáris differenciálegyenletre, és annak homogén részére fennáll, hogy az inhomogén egy tetszőleges partikuláris megoldásához a homogén bármely megoldását hozzáadva az inhomogén egy megoldását kapjuk.

4. (3) Mutassuk meg, hogy ha az $x \mapsto e^{tx}$ függvény megoldása egy állandó együtthatós homogén lineáris differenciálegyenletnek, akkor t gyöke a differenciálegyenlethez tartozó karakterisztikus egyenletnek.

5. (4) Milyen alakban kereshetjük az $y'''(x) - 6y''(x) + 9y'(x) = f(x)$ differenciálegyenlet egyik partikuláris megoldását, ha

a) $f(x) = 4e^{3x}$:

b) $f(x) = 4x \sin 3x$:

c) $f(x) = 4x^3$:

6. (2) Soroljuk fel azokat a feltételeket, amelyek teljesülése esetén a $P(x, y) + Q(x, y)y' = 0$ differenciálegyenlet pontosan akkor egzakt, ha egy D tartomány minden (x_0, y_0) pontjában fennáll a $P'_y(x_0, y_0) = Q'_x(x_0, y_0)$ összefüggés.

7. (3) Számítsuk ki az alábbi sor összegfüggvényét!

$$\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$$

8. (2) Számítsuk ki az alábbi integrált!

$$\oint_{|z|=2} \frac{e^{i\pi z}}{(z-1)^2} dz$$

9. (2) Írjuk le azt a tételt, mely arról szól, hogy egy függvény mikor egyenlő Fourier-sorának összegfüggvényével!

10. (9) Adjunk valamely tanult tétel alapján (elégleges) feltételt arra, hogy

- az \mathbb{R}^2 -en értelmezett $f(x, y)$ függvény a második változójában eleget tegyen a Lipschitz-feltételnek!
- a komplex f függvény integrálja az értelmezési tartományában haladó bármely két A -ból B -be vezető görbén ugyanaz legyen.
- az y_1, y_2, y_3 függvények Wronski-determinánsa a $[0, 1]$ intervallumon sehol se legyen 0.
- egy x_0 körüli hatványsor tagonként differenciálható legyen egy x helyen.
- az $y' = f(x)g(y)$, $y(\xi) = \eta$ kezdetiérték-probléma egyértelműen megoldható legyen.

11. (5) Definiáljuk a következő fogalmakat!

(a) az f függvény reguláris z_0 -ban:

(b) az f függvény z_0 -beli reziduuma:

(c) elliptikus másodrendű parciális differenciálegyenlet: