

1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: Σ :

1. Legyen $f(z) = z^2 \sin \frac{z}{z}$.

(a) Határozzuk meg az $f(z)$ függvény 0 körüli Laurent-sorát!

(b) Számítsuk $f(z)$ integrálját az i , $-1 - i$, $1 - i$ pontok által meghatározott háromszögvonalon. (3+2 pont)

2. Differenciálható-e az $f(z) = 3x^2y - 6xy + i(3xy^2 - 3y^2)$ ($z = x + iy$) komplex függvény az egész \mathbb{C} tartományon? (3 pont)

3. Integrálok kiszámítása nélkül határozzuk meg (4 pont)
 a) az $\frac{1}{1-z}$ függvény $z_0 = 0$ helyhez tartozó, $|z| > 1$ tartományra vonatkozó Laurent-sorát!

b) a 2π szerint periódikus \sin függvény összes Fourier-együtthatóját!

4. Határozzuk meg az alábbi sor konvergenciatartományát! (4 pont)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} (x+1)^n.$$

5. Határozzuk meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ sor összegfüggvényét! (4 pont)

6. Számítsuk ki az alábbi integrált egy tetszőleges, $z_0 = \pi$ pontot pozitív körüljárás szerint megkerülő, önmagát át nem metsző rektifikálható zárt \mathcal{G} görbe mentén. (3 pont)

$$\int_{\mathcal{G}} \frac{e^{iz}}{(z-\pi)^2} dz$$

7. Számítsuk ki $(-i)^i$ értékeit. (4 pont)

8. Alkalmazható-e a Newton–Leibniz-formula az alábbi integrálra, ha \mathcal{G} az $1+i$ és $1-i$ pontokat összekötő tetszőleges, origón át nem menő görbe? Ha igen, alkalmazzuk, ha nem, más módon számítsuk ki az integrál értékét! (3 pont)

$$\int_{\mathcal{G}} \frac{1}{z^3} dz$$