MAT B3 – II. zh – 2003. dec. 10. Név: ______________________ Gyakvez.: ______

1: ☐ 2: ☐ 3: ☐ 4: ☐ 5: ☐ 6: ☐ 7: ☐ 8: ☐ $\sum$:

1. Írjuk fel, hogy az alábbi inhomogén differenciálegyenletek egyik partikuláris megoldását milyen alakban érdemes keresni: *(6 pont)*

a) $y''' - 2y'' + y' = x^2$

b) $y''' - 2y'' + y' = e^x$

c) $y''' - 2y'' + y' = \cos x$

d) $y'' - 4y' + 5y = e^{2x}\cos x$

2. Igaz vagy hamis hogy az $y'\sin x = -y\cos x$ differenciálegyenlet *(3 pont)*

(a) lineáris ☐

(b) lineáris inhomogén ☐

(c) egzakt ☐

(d) szétválasztható ☐

3. A Cauchy – Peano-féle egzisztenciatétel alkalmazásával mutassuk meg, hogy az alábbi kezdetiérték probléma megoldható (írjuk fel a tételben említett többváltozós $f(x, y_0, y_1 \dots)$ függvényt, és a P pontot is)! *(4 pont)*

$$y''' - x\cos y' + e^{xy} = x^2, \quad y(0) = 3,\ y'(0) = 1,\ y''(0) = 2$$

4. Oldjuk meg az $y'' - 2y'/x + 2y/x^2 = 0$ differenciálegyenletet! *(3 pont)*

5. Mutassuk meg, hogy az $f(x, y, z) = y\cos x + z^2\sin x$ 3-változós függvény a y változóban az egész értelmezési tartományán eleget tesz a Lipschitz-feltételnek. *(2 pont)*

6. Válasszunk alaprendszert az $y''(x-1) - xy' + y = 0$ differenciálegyenlethez az x, $x+1$, $2x$, $e^x + x$, e^x függvények közül. (Ellenőrizzük is, hogy valóban alaprendszert alkotnak!) *(4 pont)*

7. Vezessük vissza elsőrendű differenciálegyenletre az alábbit, de ne oldjuk meg: *(2 pont)*

$$y''y' = y'\sqrt{1-y^2}$$

8. Határozzuk meg az alábbi differenciálegyenletek fokát! Ha valamelyiknek nincs, írjunk N betűt!

(a) $y^2y''\cos x^2 - x^3yy'^2 = 1$ ☐

(b) $\cos y' + x^3y^3y' = 2$ ☐

9. Adjuk meg annak az állandó együtthatós homogén lineáris differenciálegyenletnek az általános megoldását, amelynek karakterisztikus egyenlete *(4 pont)*

$$(t+3)^2(t-2-i)(t-2+i) = 0.$$