

1. Határozzuk meg az alábbi függvénysorok konvergenciatartományát, és a második függvénysor összegfüggvényét! a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n\sqrt{x}$  b)  $\sum_{n=1}^{\infty} n(x+8)^{3n}$  (2+10 pont)
2. a) Adjuk meg az  $xe^{-x^2+2}$  függvény 0 körüli Taylor-sorát!  
b) Adjuk meg a  $z^2e^{i/z}$  függvény 0 körüli Laurent-sorát, és számítsuk ki ennek a függvénynek az integrálját a  $|z| = 2$  körön! (3+7 pont)
3. Határozzuk meg az összes olyan  $z$  komplex számot, amelyre  $\operatorname{tg} z = 2i$ . (8 pont)
4. Legyen  $f(x) = [x]$ , ha  $2 \leq x < 4$ , és tegyük fel, hogy  $f(x) = f(x+2)$  igaz minden  $x$ -re. ( $[x]$  az  $x$  egész részét jelöli, azaz azt a legnagyobb egész számot, ami nem nagyobb  $x$ -nél.) Határozzuk meg  $f$  Fourier-sorát! Rajzoljuk fel  $f$ -nek és Fourier-sora összegfüggvényének a grafikonját a  $[0, 6]$  intervallum fölött! (10 pont)
5. Hol differenciálható és hol reguláris az  $f(z) = (1 - |z|)^2$  függvény? (10 pont)
6. Számítsuk ki az  $\frac{e^{\pi z}}{z^4 + z^2}$  függvény integrálját a  $-2i$ ,  $1$  és  $-1+i$  csúcsok által meghatározott zárt háromszögvonalon! (10 pont)

1. Határozzuk meg az alábbi függvénysorok konvergenciatartományát, és a második függvénysor összegfüggvényét! a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n\sqrt{x}$  b)  $\sum_{n=1}^{\infty} n(x+8)^{3n}$  (2+10 pont)
2. a) Adjuk meg az  $xe^{-x^2+2}$  függvény 0 körüli Taylor-sorát!  
b) Adjuk meg a  $z^2e^{i/z}$  függvény 0 körüli Laurent-sorát, és számítsuk ki ennek a függvénynek az integrálját a  $|z| = 2$  körön! (3+7 pont)
3. Határozzuk meg az összes olyan  $z$  komplex számot, amelyre  $\operatorname{tg} z = 2i$ . (8 pont)
4. Legyen  $f(x) = [x]$ , ha  $2 \leq x < 4$ , és tegyük fel, hogy  $f(x) = f(x+2)$  igaz minden  $x$ -re. ( $[x]$  az  $x$  egész részét jelöli, azaz azt a legnagyobb egész számot, ami nem nagyobb  $x$ -nél.) Határozzuk meg  $f$  Fourier-sorát! Rajzoljuk fel  $f$ -nek és Fourier-sora összegfüggvényének a grafikonját a  $[0, 6]$  intervallum fölött! (10 pont)
5. Hol differenciálható és hol reguláris az  $f(z) = (1 - |z|)^2$  függvény? (10 pont)
6. Számítsuk ki az  $\frac{e^{\pi z}}{z^4 + z^2}$  függvény integrálját a  $-2i$ ,  $1$  és  $-1+i$  csúcsok által meghatározott zárt háromszögvonalon! (10 pont)