

II. ZH (elmélet), Matematika B4 – 2004. május 3.

1	3
2	4+4
3	5
4	4
5	4
$\Sigma$	

Név: ..... Gyakvezető: \_\_\_\_\_

1. Jelölje  $F_{\xi_i}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) a  $\xi_i$  valószínűségi változó eloszlásfüggvényét,  $F_{\xi_1, \xi_2, \xi_3}$  a három valószínűségi változó együttes eloszlásfüggvényét. Határozzuk meg az alábbi határértékeket:

(a)  $\lim_{x_1 \rightarrow \infty} \lim_{x_2 \rightarrow -\infty} F_{\xi_1, \xi_2, \xi_3}(x_1, x_2, x_3) = \dots\dots\dots$

(b)  $\lim_{x_1 \rightarrow \infty} \lim_{x_2 \rightarrow \infty} F_{\xi_1, \xi_2, \xi_3}(x_1, x_2, x_3) = \dots\dots\dots$

(c)  $\lim_{(x_1, x_2, x_3) \rightarrow (\infty, \infty, \infty)} F_{\xi_1, \xi_2, \xi_3}(x_1, x_2, x_3) = \dots\dots\dots$

2. Bizonyítsuk be, hogy

(a) a  $\lambda$  paraméterű Poisson-eloszlás várható értéke  $\lambda$

(b) ha  $\xi_1, \dots, \xi_n$  független valószínűségi változók, akkor  $f_{\xi_1, \dots, \xi_n}(x_1, \dots, x_n) = f_{\xi_1}(x_1) \cdot \dots \cdot f_{\xi_n}(x_n)$   
 $\forall (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$

3. Annak a valószínűsége, hogy egy éppen égő villanykörte még legalább 6 óráig világít,  $e^{-3}$ . Mi a valószínűsége annak, hogy a villanykörte lefeljebb 30 perc múlva kiég?

4. Milyen feltételek kelljenek ahhoz, hogy egy  $(N, M, n)$  paraméterű hipergeometriai eloszlás jól közelíthető legyen más eloszlásokkal, melyek ezek az eloszlások?

5. Legalább hányszor kell feldobni egy szabályos pénzérmét ahhoz, hogy 98%-os biztonsággal a fejek relatív gyakorisága legfeljebb 1/100-dal térjen el 1/2-től?