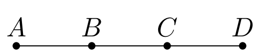
1. házi feladat pótlás (határidő: mielőbb)

A feladatokra teljes, tömör és világos megoldást kérünk részletszámításokkal, indoklással, az eredmény leírása nem elegendő. Más megoldását lemásolni nem szabad!

1. Oldjuk meg a $128x + 200y = 8000$ diofantoszi egyenletet! Hány 128€ és hány 200€ értékű árut vásároltunk, ha épp 8000€-t fizettünk? (Mindkét fajta áruból vettünk legalább egyet.)

2. Legyen G egy n-csúcsú út (n pont sorban összekötve egy-egy éllel). Egy gráf egy párosítása olyan élek kiválasztását jelenti, amelyeknek nincs közös csúcsuk. Például egy 3-hosszú útnak összesen 5 párosítása van, nevezetesen ha A, B, C, D jelöli a csúcsokat, akkor a párosítások: $\emptyset$, $\{AB\}$, $\{BC\}$, $\{CD\}$, $\{AB, CD\}$. Igazoljuk, hogy az n-csúcsú út párosításainak száma F_{n+1}, ahol F_n a Fibonacci-sorozat az $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ kezdőértékekkel.



3. Oldjuk meg két különböző módon is az

$$\begin{aligned} x &\equiv 1 \pmod 3 \\ x &\equiv 2 \pmod 4 \\ x &\equiv 1 \pmod 5 \end{aligned}$$

   kongruenciarendszert!

4. Adjuk meg azt az $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ függvényt (a szokásos algebrai műveletek és a konjugálás segítségével) mely egy tetszőleges $z \in \mathbb{C}$ számhoz z-nek a $2 - i$ körüli $45°$-os elforgatottját rendeli.

5. Hány 0-ra végződik a $2^{100} \cdot 7^{56} \cdot 1999!$ szám?

2. házi feladat pótlás (határidő: mielőbb)

A feladatokra teljes, tömör és világos megoldást kérünk részletszámításokkal, indoklással, az eredmény leírása nem elegendő. Más megoldását lemásolni nem szabad!

1. Hány olyan ε komplex 12. egységgyök van, amelyre ε, ε^4 és ε^{10} páronként különbözők?

2. Határozzuk meg az $f(x) = 2x^4 + 9x^3 + 9x^2 - 3x - 2$ polinom összes gyökét $\mathbb{C}$-ben!

3. Bontsuk fel az $f(x) = x^4 + 3x^3 - 10x^2 + 4x + 2$ polinomot irreducibilisek szorzatára $\mathbb{Q}[x]$-ben és $\mathbb{Z}_3[x]$-ben!

4. Adjuk meg azt az $f(x)$ minimális fokú polinomot $\mathbb{Q}[x]$-ben, amelyre $f(0) = 2$, $f(1) = 5$, $f(2) = 3$ és $f(-1) = 0$.

5. Legyenek az $x^3 - 3x^2 + 2x + 5$ polinom gyökei $\mathbb{C}$-ben a, b, c. Határozzuk meg az

$$\frac{a+b}{c} + \frac{a+c}{b} + \frac{b+c}{a}$$

   kifejezés értékét!