

### 3. házi feladat pótlás (határidő: mielőbb)

*A feladatokra teljes, tömör és világos megoldást kérünk részletszámításokkal, indoklással, az eredmény leírása nem elegendő. Más megoldását lemásolni nem szabad!*

1. Milyen  $p$  prímekre *nem* igaz, hogy ha  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{Z}_p$ , és közülük bármely háromnak az összege 0, akkor mindegyik 0? [Útmutatás: írjuk fel az ismeretlenekre a megfelelő egyenleteket, és az egészek fölött hozzuk lépcsős alakra!]
2. Mutassuk meg, hogy  $\mathbb{R}^{2 \times 3}$ -ban azok a mátrixok, melyek tengelyesen szimmetrikusak a második oszlopukra, alteret alkotnak. Adjunk meg benne bázist és adjuk meg az altér dimenzióját!
3. Adjuk meg az alábbi mátrixhoz tartozó *négy* *ki-tüntetett altér* egy-egy bázisát!

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

4. Igaz-e tetszőleges  $\mathbf{X}, \mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  mátrixokra, hogy  $(\mathbf{X} + \mathbf{Y})(\mathbf{X} - \mathbf{Y}) = \mathbf{X}^2 - \mathbf{Y}^2$ ? Ha igaz, igazoljuk, ha hamis, adjunk ellenpéldát!
5. Adjuk meg az

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_3 - x_4 &= 1 \\ x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \end{aligned}$$

egyenletrendszer sortérbe eső megoldását!