

#### 4. házi feladat pótlás (határidő: mielőbb)

A feladatokra teljes, tömör és világos megoldást kérünk részletszámításokkal, indoklással, az eredmény leírása nem elegendő. Más megoldását lemásolni nem szabad!

1. Számítsuk ki a következő  $n \times n$ -es determináns értékét!

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & 0 & 3 & \dots & n \\ 1 & 2 & 0 & \dots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

2. Adjuk meg az  $\mathbf{A}$  mátrix PLU-felbontását, és ennek segítségével oldjuk meg az  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  egyenletrendszert, ahol  $\mathbf{b} = (1, 1, 2)$ .

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Legyen  $\mathcal{B} := \{(1, 0, 1), (1, 1, 1), (1, -1, 0)\}$  és  $\mathcal{C} := \{(1, 2, 2), (-1, 0, 1), (1, 1, -1)\}$  az  $\mathbb{R}^3$  két bázisa. Írjuk fel a  $\mathbf{T}_{\mathcal{C} \leftarrow \mathcal{B}}$  áttérési mátrixot, és számítsuk ki a  $[\mathbf{v}]_{\mathcal{C}}$  koordinátavektort, ha  $[\mathbf{v}]_{\mathcal{B}} = (1, 3, 5)$ .

4. Milyen  $a, b, c$ -re invertálható az alábbi mátrix? Számítsuk ki ebben az esetben az inverzét aldeteminánsok segítségével:

$$\begin{bmatrix} a & 1 & 0 \\ b & 0 & 1 \\ c & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Mennyi az alábbi mátrix rangja? Hány olyan eleme van a mátrixnak, amelyet megváltoztatva (a többi elem változatlanul hagyásával) a mátrix invertálhatóvá válik.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$