

1. Mutassuk meg, hogy minden  $R$  gyűrűben:
  - a) 1 db nullelem van.
  - b)  $0r = r0 = 0$  minden  $r \in R$ -re.
  - c)  $(-a)r = -(ar) = a(-r)$ , minden  $a, r \in R$ -re.
2. Mutassuk meg, hogy az  $a + b\sqrt{2}$  alakú számok, ahol  $a, b$  racionális, testet alkotnak.
3. Adjuk meg  $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  függvényként (a szokásos algebrai műveletek és konjugálás segítségével) az  $1 + 2i$ -t az origóval összekötő egyenesre való tükrözést!
4.
  - a)  $(1 + i)^n$ -et számítsuk ki algebrai és trigonometrikus alakban is! Milyen azonosságot adnak a valós részek a két kifejezésben?
  - b)  $(\cos x + i \sin x)^3$ -t számítsuk ki kétféle módon. Ennek segítségével fejezzük  $\cos(3x)$ -et  $\cos x$  függvényében.
5. Adjuk meg annak a négyzetnek a másik két csúcsát, melynek két átellenes csúcsát két adott komplex szám,  $z_1$  és  $z_2$  alkotják!
6. Oldjuk meg a komplex számok halmazán a

$$z^2 + 2iz - 1 + i = 0$$

egyenletet!

7. Számítsuk ki az  $1 - 2i$  komplex szám négyzetgyökeit (trigonometrikus alak használata nélkül)!
8. A  $-\sqrt{3} + i$  és az  $1 - i \operatorname{tg} \alpha$  komplex számokat hozzuk trigonometrikus alakra!
9. Adjuk meg a primitív 5-ödik és a primitív 8-adik egységgyökök összegét és szorzatát!
10. Számítsuk ki a  $\bar{z} = z^n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) egyenlet összes megoldását!

**Házi feladatok**

Beadási határidő: október 8.

*A feladatokra teljes, tömör és világos megoldást kérünk részletszámításokkal, indoklással, az eredmény leírása nem elegendő. Minden feladat 1 pontot ér. Pontosan 6 feladat megoldását kell beadni, melyből legalább 4 pontot el kell érni! Együtt gondolkozni szabad, de más megoldását lemásolni nem!*

1. Számítsuk ki a  $-243i$  összes ötödik gyökét trigonometrikus alakban!
2. Oldjuk meg a  $z^6 + (2 + i)z^3 + (1 + i) = 0$  egyenletet a komplex számok halmazán!
3. Adjuk meg a primitív 12-edik egységgyökök összegét és szorzatát!
4. Számítsuk ki trigonometrikus alak használata nélkül  $\sqrt{16 - 30i}$  értékeit!
5. Mennyi a  $z$  és  $u$  komplex számok által bezárt szög, ha  $zu = \sqrt{3} + i$  és  $zu^2 = i$ ?
6. Adjuk meg  $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  függvényként (a szokásos algebrai műveletek segítségével) az  $1 + i$  körüli  $60^\circ$ -os forgatást! Mi a képe  $3 - i$ -nek ennél a forgatásnál?
- 7\*. Legyen  $\varepsilon$  egy primitív  $n$ -edik egységgyök. Számítsuk ki az  $1 + 2\varepsilon + 3\varepsilon^2 + \dots + n\varepsilon^{n-1}$  összeget.