

Házi feladatok

Beadási határidő: október 31.

A feladatokra teljes, tömör és világos megoldást kérünk részletszámításokkal, indoklással, az eredmény leírása nem elegendő. Minden feladat 1 pontot ér. Pontosan 6 feladat megoldását kell beadni, melyből legalább 4 pontot el kell érni! Együtt gondolkozni szabad, de más megoldását lemásolni nem!

1. Határozzuk meg az $x^3 - 6x + 4$ polinom gyökeit a Cardano-formula segítségével.
2. Legyen a, b, c az $x^3 - x^2 + 3x + 6$ polinom három gyöke \mathbb{C} -ben. Határozzuk meg a következő kifejezések értékét:
 - a) $a + b + c$
 - b) abc
 - c) $a^2 + b^2 + c^2$
3. Fejessük ki az $x^4 + y^4$ polinomot x, y elemi szimmetrikus polinomjainak polinomjaként!
4. Mi lesz az alábbi mátrix második hatványa? És az n -edik? Lássuk be indukcióval!

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

5. Legyenek megadva az alábbi mátrixok:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = (-1, -2, -3), \quad C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 2+i \\ 2 & 3-i \\ 3 & 4i \end{pmatrix}.$$

Az alábbiak közül melyik mátrixkifejezések nincsenek értelmezve? A többit számítsuk ki!
 $A + A, A + B, AB, AC, AC + 2C, B\bar{D}, D^2, DD^T, \bar{D}^T D, BC, CB.$

6. Keressünk olyan 2×2 -es A, B, C valós mátrixokat, melyekre:
 - a) $A^2 = E$, de $A \notin \{E, -E\}$;
 - b) $B^2 = 0$, de $B \neq 0$;
 - c) $C^2 = C$, de $C \neq 0$ és $C \neq E$.
- 7*. Bizonyítsuk be, hogy egy $n \times n$ -es valós A mátrix akkor és csak akkor cserélhető fel minden X $n \times n$ -es valós mátrixszal, ha A az egységmátrix skalárszorosa.