

1. Legyen $W \leq \mathbb{R}^3$ altér, melynek generátorrendszere $\{(1, 0, 1), (1, 1, 0)\}$.
 - a) Adjuk meg W^\perp egy bázisát.
 - b) Határozzuk meg W altérre való merőleges vetítés mátrixát báziscserével és anélkül, azaz használva $P_W = A(A^T A)^{-1} A^T$ képletet.
 - c) Bontsuk fel a $\mathbf{v} = (1, 1, 1)$ vektort W -beli és W^\perp -beli összetevők összegére!
2. Legyen W az $(1, 0, 1), (1, 1, 0)$ vektorok által generált altér, W_1 pedig az $(1, 1, 1)$ vektor által generált altér \mathbb{R}^3 -ban.
 - a) Határozzuk meg a W_1 mentén W -re való vetítés mátrixát standard bázisban báziscserével.
 - b) Határozzuk meg, a W mentén W_1 -re való vetítés mátrixát standard bázisban báziscserével.
 - c) Az a) és b) feladatokat oldjuk meg, a $P_1 = [W, 0][W, W_1]^{-1}$, $P_2 = [W_1, 0][W_1, W]^{-1}$ képlettel is!
3. Határozzuk meg az $x - y = 1, x - y = 2$ ellentmondásos lineáris egyenletrendszer legjobban közelítő megoldásait normálegyenlet segítségével! Határozzuk meg az egyetlen sortérbe eső (minimális abszolútértékű) közelítést.
4. (Lineáris regresszió) Legyen $y = a + bx$ ismeretlen egyenes. Három mérési eredmény szerint $(1, 1), (2, 3), (4, 6)$ az egyenesen lévő (x_i, y_i) pontok mért koordinátái. Keressük a legjobban közelítő megoldást (a, b) -re normálegyenlet segítségével. (A sorai $1, x_i$ -k b sorai y_i -k)
5. Határozzuk meg a következő mátrixok pszeudoinverzét a független sorokra vagy oszlopokra vonatkozó képlet, vagy bázisfelbontás segítségével:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1].$$
6. Mutassuk meg, hogy általában nem igaz, hogy $(AB)^{\| -1 \|}$ egyenlő lenne $B^{\| -1 \|} A^{\| -1 \|}$ -zel. Tekintsük az $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ és $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ mátrixokat!
7. Oldjuk meg a 3. feladatot az együtthatómátrix pszeudoinverzével való beszorzással is!