

*Munkaidő: 60 perc*

1. Hányadik hatványon szerepel a 3 a  $100!$  kanonikus alakjában? (3 pont)
2. Adjuk meg a  $22x+38y=40$  diofantoszi egyenlet általános megoldását! (3 pont)
3. Oldjuk meg az alábbi kongruenciarendszert!

$$x \equiv 3 \pmod{4}$$

$$x \equiv -1 \pmod{5}$$

$$x \equiv 2 \pmod{7}$$

(3 pont)

4. Az Euler–Fermat-tétel segítségével egyszerűsítsük, majd számítsuk ki a  $103^{123} \pmod{99}$  hatványt. (4 pont)
5. Számítsuk ki  $-i$  összes köbgyökét, és adjuk meg mindegyik köbgyöknek a rendjét! (3 pont)
6. Bontsuk fel az  $f(x) = x^5 + 3x^4 - 6x^3 - 2x^2 + 5x - 1$  polinomot irreducibilis tényezők szorzatára  $\mathbb{Q}[x]$ -ben és  $\mathbb{Z}_5[x]$ -ben! (4 pont)