

Munkaidő: 60 perc

1. Legyen $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + 6$.

- Határozzuk meg az f gyökeinek szorzatát és négyzetösszegét!
- Mit mondhatunk ennek alapján az f valós gyökeinek számáról és előjeléről?
- Hány irreducibilis tényező szorzatára bomlik az $f(x)$ $\mathbb{Q}[x]$ -ben, illetve $\mathbb{R}[x]$ -ben?

(4 pont)

2. Hány megoldása van az alábbi kibővített mátrixhoz tartozó lineáris egyenletrendszernek \mathbb{Q} , \mathbb{Z}_2 , illetve \mathbb{Z}_3 fölött?

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{array} \right]$$

(3 pont)

3. Írjuk fel az alábbi A mátrix oszlopterének, sorterének és nullterének egy-egy bázisát, és adjuk meg az összes oszlop koordinátavektorát az oszloptér megadott bázisára nézve!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

(4 pont)

4. Írjuk fel a 3. feladat A mátrixának bázisfelbontását, és bontsuk fel az A mátrixot $r(A)$ darab 1 rangú mátrix összegére!

(3 pont)

5. Oldjuk meg az $XA = B$ mátrixegyenletet, ha

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(3 pont)

6. Írjuk fel az $f(x, y, z) = (x + y - z, 2y + z, 2x - 3z)$ lineáris transzformáció standard mátrixát! Benne van-e az $(1, 1, 1)$ vektor az f képterében, illetve magterében?

(3 pont)