Gyakorló feladatok

1. Horner-módszerrel helyettsítsük be 5-öt a $p(x) = x^5 - 3x^2 + x + 3$ polinomba!

2. Adjuk meg 120201_3-at tízes számrendszerben Horner módszerrel!

3. a) Váltsuk át 26-ot $10, 16, 8, 4, 2, 5, 26$ alapú számrendszerbe!
b) Váltsuk át 1001-et 2-es, 8-as és 16-os számrendszerbe!

4. Határozzuk meg euklideszi algoritmussal $(288, 204)$-et, és állítsuk elő a legnagyobb közös osztót $288x + 204y$ alakban alkalmas $x, y \in \mathbb{Z}$-vel!

5. Megoldhatók-e az alábbi diofantoszi egyenletek? Ha igen, adjuk meg az összes megoldásukat, illetve az összes nemnegatív megoldásukat!
a) $288x + 204y = 1$
b) $288x + 204y = 300$
c) $288x + 204y = 3000$

6. Bizonyítsuk be, hogy minden $a > 1$, $m, n \geq 1$ egész számra $(a^m - 1, a^n - 1) = a^{(m,n)} - 1$.

7. Bizonyítsuk be, hogy n, a, b pozitív egészekre $\left\lfloor \frac{n}{ab} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{\left\lfloor \frac{n}{a} \right\rfloor}{b} \right\rfloor$.

8. a) Mi a 2 kitevője 17! kanonikus alakjában?
b) Hány nullára végződik a 100! szám?

9. Határozzuk meg az alábbi számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét!
a) $2^{23}3^{10}7^{13}$, $2^{15}7^{10}13^5$
b) $2^{23}3^{10}7^{13}$, $2^{15}7^{10}13^5$, $3^{15}7^{20}11^2$.

10. Mutassuk meg, hogy bármely pozitív a és b egészhez van olyan m és n egész, hogy $m \mid a$, $n \mid b$, $(m, n) = 1$ és $mn = [a, b]$.

Házi feladatok

Beadási határidő: szeptember 21.

A feladatokra teljes, tömör és világos megoldást kérünk részletszámításokkal, indoklással, az eredmény leírása nem elegendő. A feladatok egy pontot érnek, a csillagos kettőt. A hétből hat feladat megoldását adjuk be, ezekből legalább 4 pontot el kell érni! Együtt gondolkozni szabad, de más megoldását lemásolni nem!

1. Adjuk meg 4321_5 és 1011001110_2 értékét 10-es számrendszerben (Horner-módszerrel), és a 333 szám 8-as, 2-es, 16-os, valamint 5-ös számrendszerbeli alakját!

2. Határozzuk meg euklideszi algoritmussal $(324, 276)$ értékét, és keressünk olyan x és y egész számokat, melyekre $324x + 276y = (324, 276)$.

3. Írjuk fel a $155x+195y = 5000$ diofantoszi egyenlet általános megoldását! Hány 155 forintos és hány 195 forintos árut vásároltunk, ha épp 5000 forintot fizettünk? (Ebben az esetben $x, y \geq 0$.)

4. Bizonyítsuk be, hogy a szomszédos Fibonacci-számok relatív prímek!

5. Mutassuk meg, hogy $n! + 1$-nek minden prímosztója n-nél nagyobb ($n \in \mathbb{N}^+$)! Vezessük le ebből, hogy végtelen sok prímszám van!

6. Hány 0-ra végződik az 1234! szám?

7*. A Nim nevű játékot néhány kupac gyufaszállal játssza két játékos. Felváltva elvesznek néhány (legalább egy, de akár az összes) gyufaszálat az egyik kupacból. Az nyer, akié az utolsó gyufaszál. Adott méretű kupacok mellett melyik játékosnak van nyerő stratégiája? [Útmutatás: írjuk fel a kupacok méretét binárisan, majd e számokat írjuk egymás alá helyiérték szerint. Igazoljuk, hogy a második játékosnak pontosan akkor van nyerő stratégiája, ha minden helyiértéken páros az 1-esek száma.