

**1. Egész számok**

**D** természetes számok, racionális, irracionális, algebrai és transzcendens számok, jólrendezett halmaz, valós szám egész része és törtrésze, rekurzív sorozat, Fibonacci-sorozat.

**T** a természetes számok jólrendezettsége,  $\mathbb{B}$   $\sqrt{2}$  irracionális,  $\mathbb{B}$  Dirichlet approximációs tétele, irracionális számok approximációs tétele, teljes indukció

**2. Euklideszi algoritmus**

**D** oszthatóság, egység, legnagyobb közös osztó, kitüntetett közös osztó, legkisebb közös többszörös, diofantoszi egyenlet, lineáris diofantoszi egyenlet.

**T** az oszthatóság alaptulajdonságai, maradékos osztás (nemnegatív maradékkal),  $b$ -alapú számrendszer, Horner-módszer polinom kiértékelésére,  $\mathbb{B}$  bármely két egésznek létezik kitüntetett közös osztója (euklideszi alg.),  $\mathbb{B}$   $(a, b) = ma + nb$  (kibővített euklideszi alg.), l.n.k.o. tulajdonságai,  $\mathbb{B}$  lineáris diofantoszi egyenlet megoldhatósága és megoldásai

**3. Prímek**

**D** felbonthatatlan számok, prímszámok.

**T**  $\mathbb{B}$   $\mathbb{Z}$ -ben prím  $\Leftrightarrow$  felbonthatatlan,  $\mathbb{B}$  a prímek száma végtelen, Dirichlet-tétel az  $an + b$  alakú prímekről, Green–Tao-tétel, prímszámtétel,  $\mathbb{B}$  a számelmélet alaptétele  $\mathbb{N}$ -ben, a számelmélet alaptétele  $\mathbb{Z}$ -ben, Legendre-formula.

**4. Moduláris aritmetika**

**D**  $a \equiv b \pmod{m}$ , maradékosztályok, teljes maradékrendszer, redukált maradékrendszer, az Euler-féle  $\varphi$ -függvény, moduláris inverz, gyűrű és test.

**T** számolás maradékosztályokkal (műveletek és kongruenciák), a moduláris hatványozás algoritmus,  $\mathbb{B}$  kongruencia egyszerűsítése, teljes maradékrendszer teljes maradékrendszerből, redukált maradékrendszer redukált maradékrendszerből,  $\varphi$  kanonikus alakja,  $\mathbb{B}$  Euler–Fermat-tétel és kis Fermat-tétel, lineáris kongruenciák megoldhatósága és megoldásaik száma,  $\mathbb{Z}_m$  gyűrű,  $\mathbb{Z}_p$  test,  $\mathbb{B}$  kínai maradéktétel.

**5. Komplex számok**

**D** komplex szám algebrai alakja, konjugált, abszolút érték, trigonometrikus alak, egységgyök, komplex szám (multiplikatív) rendje, primitív  $n$ -edik egységgyök.

**T** algebrai alak egyértelműsége,  $\mathbb{C}$  test, műveletek algebrai, ill. trigonometriai alakban (összeadás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás), konjugált és az abszolút érték tulajdonságai,  $\mathbb{B}$   $n$ -edik egységgyök rendje osztója  $n$ -nek,  $\mathbb{B}$  primitív egységgyökök hatványai, primitív egységgyökök száma, az algebra alaptétele.

**6. Polinomok számelmélete**

**D**  $R$  egységelemes kommutatív gyűrű (vagy test) feletti egyváltozós polinom, polinomok oszthatósága, polinomok legnagyobb közös osztója, irreducibilis polinomok, primitív polinom.

**T**  $R[x]$  egységelemes kommutatív gyűrű, maradékos osztás test fölötti polinomgyűrűben,  $K[x]$ -ben létezik l.n.k.o, kibővített euklideszi algoritmus polinomokra,  $K[x]$ -ben irreducibilis  $\Leftrightarrow$  prím, legfőbb harmadfokú  $K$  fölötti polinomok irreducibilitásának feltétele, a számelmélet alaptétele  $K[x]$ -ben,  $\mathbb{Q}[x]$ -beli polinomok felbontása racionális konstans és primitív polinom szorzatára,  $\mathbb{B}$  primitív polinomok szorzata primitív,  $\mathbb{Z}[x]$ -beli és  $\mathbb{Q}[x]$ -beli irreducibilitás kapcsolata, a számelmélet alaptétele  $\mathbb{Z}[x]$ -ben,  $\mathbb{B}$  Schönemann–Eisenstein-kritérium, fordított Sch–E.

**7. Polinomok gyökei**

**D** gyöktényező alak, polinom deriváltja, körosztási polinom,  $n$ -változós polinom,  $n$ -változós polinom tagjainak lexikografikus rendezése, szimmetrikus polinom,  $k$ -edik elemi szimmetrikus polinom.

**T**  $\mathbb{B}$  többszörös gyök létezésének és a polinom deriváltjának kapcsolata, gyökök és együtthatók közti összefüggés,  $\mathbb{B}$  valós polinom komplex gyökei és a polinom irreducibilisekre bontása,  $\mathbb{B}$  racionális gyökteszt,  $\mathbb{B}$  Cardano-képlet ( $x^3 + px + q = 0$  alakú egyenletre a gyökök közös alakja),  $x^n - 1$  és a körosztási polinomok kapcsolata, a polinominterpoláció tétele, Lagrange- és Newton-féle interpoláció, szimmetrikus polinomok alaptétele.

**8. Vektorterek**

**D** vektorműveletek  $K^n$ -ben, lineáris kombináció, vektorok lineáris függetlensége és összefüggősége, generátorrendszer, bázis, dimenzió, koordinátázás, standard skalárszorzat, merőlegesség, vektorok hossza  $\mathbb{R}^n$ -ben, vektortér altere, kifeszített (generált) altér, altér merőlegese, alterek összege és direkt összege, merőleges kiegészítő altér.

**T** a vektorműveletek tulajdonságai, bázis ekvivalens jellemzői, bázistétel (a bázis elemszámának egyértelműsége), a skaláris szorzás tulajdonságai, Pitagorasz-tétel  $\mathbb{R}^n$ -ben,  $\textcircled{B}$  vektor merőleges vetülete vektorra,  $\textcircled{B}$  alterek direkt összegének ekvivalens megfogalmazásai

**9. Egyenletrendszerek megoldása**

**D** lineáris egyenlet és egyenletrendszer, homogén és inhomogén er., egyenletrendszer megoldása, megoldásvektora, (in)konzisztens egyenletrendszer, mátrix, együtthatómátrix, kibővített mátrix, sormodell, oszlopmodell, elemi sorműveletek, lépcsős alak, redukált lépcsős alak, vezérellem, bázisoszlop, szabad és kötött változók, szimultán egyenletrendszer.

**T** Gauss-elimináció: lépcsős, illetve redukált lépcsős alakra hozás,  $\textcircled{B}$  a redukált lépcsős alak egyértelműsége.

**10. A megoldások tere**

**D**  $\mathcal{S}(A)$ ,  $\mathcal{O}(A)$ ,  $\mathcal{N}(A)$ , altér és affin altér.

**T** a megoldások száma (véges test fölött is), egyenletrendszer megoldhatóságának és egyértelmű megoldhatóságának mátrixrangos feltétele, homogén lineáris egyenletrendszer megoldástere, inhomogén egyenletrendszer megoldásai,  $\textcircled{B}$  az inhomogén és a hozzá tartozó homogén egyenletrendszer megoldásai közti kapcsolat, egyenletrendszer megoldhatóságának feltétele ( $\mathbf{b} \in \mathcal{O}(A)$ ),  $\textcircled{B}$  a lineáris algebra alaptétele (sortér és nulltér kapcsolata)  $\textcircled{B}$  konzisztens lineáris egyrsz. sortérbe eső megoldása

**11. Mátrixműveletek**

**D**  $K^{m \times n}$  mint vektortér, mátrixszorzás, transzponálás, mátrix rangja, mátrix inverze és invertálhatósága, speciális mátrixok (egységmátrix, diagonális mátrix, háromszögmátrix, elemi mátrix, permutációmátrix).

**T**  $AB$  sor- és oszlopvektorainak kapcsolata  $A$  és  $B$  sor- és oszlopvektoraival, mátrixok műveleti tulajdonságai, a mátrixrang ekvivalensei,  $\textcircled{B}$  szorzat és összeg rangjának becslése, bázisfelbontás és diádok összegére bontás,  $\textcircled{B}$  invertálhatóság ekvivalensei (mátrixranggal és redukált lépcsős alakkal kapcsolatos feltételek), inverz kiszámítása elemi sorműveletekkel, műveletek speciális mátrixokkal (invertálhatóság és inverz is).

**12. Determináns**

**D** determinánsfüggvény, permutációk inverziói, kígyó, kígyó determinánusa, Vandermonde-determináns.

**T** mátrixműveletek és a determináns,  $\textcircled{B}$   $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ , a determináns minden sorában lineáris függvény (multilineáris), permutációmátrix determinánusa, determináns mint kígyók determinánsainak összege,  $\textcircled{B}$  kifejtési tétel (az egyetlen nem nulla elemet tartalmazó sor esetének bizonyításával együtt), a Vandermonde-determináns értéke. A determináns alkalmazásai:  $\textcircled{B}$  Cramer-szabály,  $\textcircled{B}$  inverz mátrix előállítás a determinánsokkal, determináns és rang kapcsolata,

**13. Lineáris leképezések**

**D** mátrixleképezés, képtér, magtér, lineáris leképezés és transzformáció, lineáris transzformáció mátrixa adott bázisban, áttérés mátrixa, altérre való merőleges vetítés  $\mathbb{R}^n$ -ben.

**T** lineáris leképezések előírhatósági tétele, mátrixműveletek és függvényműveletek kapcsolata,  $\textcircled{B}$  minden lineáris  $K^n \rightarrow K^m$  leképezés mátrixleképezés, báziscsere hatása egy transzformáció mátrixára, geometriai transzformációk mátrixai, dimenziótétel lineáris leképezésekre, illetve mátrixokra.

**14. Egyenletrendszerek numerikus módszerei**

**D** LU-felbontás, optimális közelítő megoldás, normálegyenlet, minimális abszolút értékű (közelítő) megoldás, pszeudo inverz definíciója.

**T**  $\textcircled{B}$  legjobb közelítés tétele (vektorhoz altérben legközelebb eső vektor),  $\textcircled{B}$  normálegyenlet megoldásai az optimális közelítő megoldások, altérre való merőleges vetítés normálegyenlet segítségével,  $\textcircled{B}$  az LU-felbontás létezésének és egyértelműségének elégséges feltételei, LU-felbontás alkalmazása lineáris egyenletrendszer megoldásánál, pszeudo inverz kiszámítása, minimális abszolút értékű optimális megoldás pszeudo inverzzel.