

## Gyakorló feladatok

1. Számítsuk ki az  $1 - 2i$  komplex szám négyzetgyökeit (trigonometrikus alak használata nélkül)!
2. Számítsuk ki  $-\sqrt{3} + i$  ötödik gyökeit!
3. a) Határozzuk meg az  $\binom{n}{0} - \binom{n}{2} + \binom{n}{4} - \dots$  összeg értékét az  $(1 + i)^n$  algebrai és trigonometrikus alakjának az összehasonlításával!  
b) Számítsuk ki a  $(\cos x + i \sin x)^3$  kifejezést kétféle módon! Ennek segítségével fejezzük ki  $\cos(3x)$ -et  $\cos x$  függvényében!
4. Ha  $\varepsilon$  primitív  $n$ -edik egységgyök, mi lehet a rendje  
a)  $-\varepsilon$ -nak;  
b)  $\varepsilon^k$ -nak?
5. Adjuk meg a primitív 5-ödik és a primitív 8-adik egységgyökök összegét és szorzatát!
6. Adjuk meg annak a négyzetnek a másik két csúcsát, melynek két átellenes csúcsát két adott komplex szám,  $z_1$  és  $z_2$  alkotják!
7. Adjuk meg a komplex számsíknak az  $y = x - 1$  egyenesre való tükrözését komplex műveletekkel!
8. Osszuk el maradékosan az  $x^4 - 2x + 5$  polinomot  
a)  $x^2 - x + 2$ -vel,  
b)  $x + 1$ -gyel,  
c)  $(x + 1)^2$ -nel!  
d)  $(x^2 - 1)$ -gyel!
9. Horner-módszer alkalmazásával írjuk fel az  $x^3 + 2x^2 + 1$  polinomot  $(x - 3)$  hatványai szerint rendezve!

**Házi feladatok**

Beadási határidő: október 10.

*A feladatokra teljes, tömör és világos megoldást kérünk részletszámításokkal, indoklással, az eredmény leírása nem elegendő. A feladatok egy pontot érnek, a csillagos kettőt. A hétből hat feladat megoldását adjuk be, ezekből legalább 4 pontot el kell érni! Együtt gondolkozni szabad, de más megoldását lemásolni nem!*

*Az 1., 3. és a 4. feladat második kérdésének eredményét adjuk meg algebrai alakban, a 2. feladatét elég trigonometrikus alakban felírni.*

1. Számítsuk ki trigonometrikus alak használata nélkül  $\sqrt{16 - 30i}$  értékeit!
2. Oldjuk meg a  $z^6 + (2 + i)z^3 + (1 + i) = 0$  egyenletet a komplex számok halmazán!
3. Rajzoljuk fel a komplex számsíkon a 12. primitív egységgyököket! Határozzuk meg az összegüket és a szorzatukat!
4. Adjuk meg  $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  függvényként (a szokásos algebrai műveletek segítségével) az  $i$  körüli  $+45^\circ$ -os forgatást! Mi a képe  $2 - i$ -nek ennél a forgatásnál?
5. A Horner-módszer alkalmazásával
  - a) osszuk el maradékosan a  $p(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1$  polinomot a  $q(x) = x + 1$  polinommal, és
  - b) írjuk fel  $p(x)$ -et  $x + 1$  polinomjaként (azaz  $x + 1$  hatványaival)!
6. A  $p, q, r \in \mathbb{R}$  milyen értékeire osztható az  $x^3 + px + q$  polinom az  $x^2 + rx - 1$  polinommal?
- 7\*. Bizonyítsuk be, hogy ha két komplex egységgyök összege 1 abszolút értékű, akkor az is egységgyök. (Útmutatás: Mit jelent a feltétel geometriailag?)