

Házi feladatok

Beadási határidő: november 14.

A feladatokra teljes, tömör és világos megoldást kérünk részletszámításokkal, indoklással, az eredmény leírása nem elegendő. A feladatok egy pontot érnek, a csillagos kettőt. A hétből hat feladat megoldását adjuk be, ezekből legalább 4 pontot el kell érni! Együtt gondolkozni szabad, de más megoldását lemásolni nem!

- Határozzuk meg a $2x - y + 3z = 3$, $x + y + z = 4$, $3y - z = 5$ egyenletű síkok metszetét. Ha a metszet egyenes, akkor adjuk meg az egyenes paraméteres egyenletét vektorosan és koordinátánként is!
- Egy valós lineáris egyenletrendszernek megoldása $(1, 0, -1, 1)$ és $(2, 3, 1, 0)$ is. Adjuk meg ennek az egyenletrendszernek végtelen sok különböző megoldását!
- Altér-e, illetve affin altér-e \mathbb{R}^3 -ben a következő? Indokoljuk a választ!
 - Az xy sík és a z tengely uniója;
 - az $x - 2y + z = 2$ egyenletű sík;
 - az $x = 4 + 2t$, $y = 2 + t$, $z = -6 - 3t$ egyenletrendszerrel megadott egyenes.
- Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert! Mit jelent a megoldása a sormodellben és az oszlopmodellben?

$$\begin{array}{rccccrcr} x & + & y & - & z & = & 1 \\ -x & + & 2y & + & z & = & 5 \\ x & + & 4y & + & -z & = & 7 \end{array}$$

- Lineárisan függetlenek-e az $\mathbf{a} = (1, 1, 0, -2)$, $\mathbf{b} = (-1, 2, 1, 1)$ és $\mathbf{c} = (1, 4, 1, -3)$ vektorok \mathbb{R}^4 -ben? Írjuk fel, amelyiket lehet a $\mathbf{v} = (1, 1, 1, 1)$ és $\mathbf{w} = (-1, 5, 2, 0)$ vektorok közül az \mathbf{a} , \mathbf{b} és \mathbf{c} vektorok lineáris kombinációjaként!
- Írjuk fel egy 3×5 -ös A mátrix redukált lépcsős alakját, ha tudjuk, hogy a mátrix $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5$ oszlopai közül $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$ lineárisan függetlenek, továbbá $\mathbf{a}_2 = -2\mathbf{a}_1$ és $\mathbf{a}_5 = \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_4$.
- Hány (\mathbf{a}, \mathbf{b}) független vektorpár van egy kétdimenziós, illetve háromdimenziós \mathbb{Z}_3 fölötti vektortérben?
 - Hány egy-, illetve kétdimenziós altere van \mathbb{Z}_3^3 -nek?