1. Számítsuk ki az x^4+4 és az x^3+x^2-2 polinomok legnagyobb közös osztóját euklideszi algoritmussal.

2. Bontsuk irreducibilis polinomok szorzatára az $f(x)=x^4-10x+4$ polinomot $\mathbb{Q}[x]$-ben és $\mathbb{Z}_5[x]$-ben! (A nem elsőfokú tényezőknél indokoljuk, hogy miért irreducibilis!)

3. a) Határozzuk meg az $f(x)=x^4-10x+4\in\mathbb{C}[x]$ polinom gyökeinek összegét és négyzetösszegét az együtthatókból!

b) Az a) rész és az előző feladat alapján hány nem valós gyöke van ennek a polinomnak?

4. Írjuk fel az $f(x)=x^8+x^4+1$ polinomot körosztási polinomok szorzataként. (Mi az $f(x)(x^4-1)$?)

5. Keressünk olyan $f(x)\in\mathbb{R}[x]$ polinomot, amelyre $f(-2)=3$, $f(0)=1$ és $f(1)=9$.

6. Mivel egyenlő $(a+b)c^2+(a+c)b^2+(b+c)a^2$, ha a,b,c az $f(x)=2x^3-2x+6$ polinom három gyöke?

7. Az a,b paraméterek értékétől függően hány megoldása van az alábbi kibővített mátrixszal megadott valós egyenletrendszernek?

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & a \\ -2 & 0 & a-4 & b \end{array}\right]$$

8. Hány megoldása van $\mathbb{R}$-ben, $\mathbb{Z}_2$-ben, illetve $\mathbb{Z}_3$-ban annak a lineáris egyenletrendszernek, amelynek kibővített mátrixa

$$\left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -3 & 0 \end{array}\right]?$$

9. Hány dimenziós a $V=\operatorname{span}((1,2,0,1),(-1,1,1,0),(3,0,-2,1))$ altér $\mathbb{R}^4$-ben? Benne van-e V-ben a $\mathbf{v}=(1,3,-1,5)$, illetve a $\mathbf{w}=(5,1,-3,2)$ vektor?

10. Adjuk meg az alábbi A mátrix oszlopterének és nullterének egy-egy bázisát. Írjuk fel az A oszlopainak (mind a négynek!) a koordinátavektorát az oszloptér kiválasztott bázisában!

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

11. A $c\in\mathbb{R}$ értékétől függően mi a rangja az alábbi mátrixnak?

$$A=\begin{bmatrix} c+1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & c & c \end{bmatrix}$$

12. Keressük meg azokat az $X\in\mathbb{R}^{2\times 2}$ mátrixokat, amelyekre $AX=XA$, ha $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.