

1. Oldjuk meg az alábbi két kongruenciát, aztán keressük meg kínai maradéktétellel a közös megoldásukat!

$$\begin{aligned} x &\equiv 15^{28} \pmod{13} \\ 10x &\equiv 424 \pmod{22} \end{aligned}$$

2. Adjuk meg azt a lehető legkisebb fokú 1 főegyütthetős $f(x) \in \mathbb{R}[x]$ polinomot, amelynek i és $1 - i$ is gyöke! Bontsuk fel f -et irreducibilis polinomok szorzatára $\mathbb{C}[x]$ -ben, $\mathbb{Q}[x]$ -ben és $\mathbb{Z}_5[x]$ -ben is!
3. Hány megoldása van az alábbi kibővített mátrixhoz tartozó egyenletrendszernek \mathbb{R} -ben, illetve \mathbb{Z}_3 -ban? Oldjuk is meg \mathbb{Z}_3 fölött, és soroljuk fel az összes megoldását!

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right]$$

4. Adjuk meg az alábbi A mátrix oszlopterének, sorterének és nullterének egy-egy bázisát! Írjuk fel A mind az öt oszlopának a koordinátavektorát az $\mathcal{O}(A)$ kiválasztott bázisában!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -4 & 1 & 5 & -2 \end{bmatrix}$$

5. Legyen

$$A = \begin{bmatrix} 0 & c & 1 \\ -1 & 3 & c \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

- a) Számítsuk ki A determinánsát!
 b) A $c \in \mathbb{R}$ paraméter értékétől függően mennyi A rangja?
 c) Számítsuk ki A inverzét abban az esetben, amikor $c = -1$.
6. Számítsuk ki az alábbi A mátrix pszeudo inverzét!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$