

Munkaidő: 60 perc

1. Hányadik hatványon szerepel a 7 a $2022!$ kanonikus alakjában? (3 pont)
2. Adjuk meg a $21x + 13y = 500$ diofantoszi egyenlet általános megoldását, és keressük meg az összes olyan megoldást, ahol $x, y \geq 0$. (4 pont)
3. Oldjuk meg az alábbi kongruenciarendszert!

$$x \equiv -1 \pmod{4}$$

$$x \equiv 5 \pmod{11}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7}$$

(3 pont)

4. Számítsuk ki a $141^{111} \pmod{44}$ számot! (Az egyszerűsítéshez használt tétel feltételét is ellenőrizzük!) (4 pont)
5. Oldjuk meg a $(3+i)z^3 = -1+3i$ egyenletet, és adjuk meg a megoldásként kapott komplex számok multiplikatív rendjét! (4 pont)
6. Osszuk el az $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2x + 1$ polinomot maradékosan a $g(x) = x^2 - 3x + 2$ polinommal! (2 pont)