

Munkaidő: 60 perc

1. Bontsuk fel irreducibilis polinomok szorzatára az $f(x) = 2x^5 - 6x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ polinomot $\mathbb{Q}[x]$ -ben! (3 pont)
2. Adjunk meg olyan $g(x) \in \mathbb{Q}[x]$ legfőbb másodfokú polinomot, amely a $0, 1, -1$ helyeken ugyanazt az értéket veszi föl, mint az $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + x - 1$. (3 pont)
3. Írjuk fel azt az 1 főegyütthatós polinomot, amelynek gyökei ab, ac és bc , ha a, b, c az $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 2$ polinom gyökei! (4 pont)
4. Hány megoldása van az alábbi kibővített mátrixú \mathbb{Z}_3 fölötti egyenletrendszernek az a és b paramétertől függően? Soroljuk is fel a megoldásokat $a = b = 1$ esetén! (4 pont)

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & a & 0 & a & b \\ 0 & 0 & b & a & a \end{array} \right]$$

5. Hány dimenziós az $\mathbf{a} = (1, 2, 1, -1)$, $\mathbf{b} = (2, 1, 1, 1)$ és $\mathbf{c} = (0, -3, -1, 3)$ vektorok által kifeszített V altér \mathbb{R}^4 -ben? Adjuk meg a V egy \mathcal{B} bázisát, és az $\mathbf{u} = (0, 1, -1, 3)$ és $\mathbf{w} = (-1, 4, 1, -5)$ vektorok közül annak a koordinátavektorát \mathcal{B} -re nézve, amely benne van V -ben! (4 pont)
6. Mi az alábbi mátrix rangja, ha \mathbb{Q} , illetve ha \mathbb{Z}_2 fölöttinek tekintjük? (2 pont)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \\ -3 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$